



**APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE
DIFERENTES METODOLOGÍAS PARA
LA ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIÓN
DE FUERZAS Y MOMENTOS EN
LOSAS ARMADAS EN DOS
DIRECCIONES**

Autores:

Galindo, Valentina

CI: 24.327.266

Regina, María

CI: 24.298.639

Urb. Yuma II, Calle No 3 Municipio San Diego
Teléfono (0241) 8714240 (máster)



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSE ANTONIO PAEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

**APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍAS
PARA LA ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS Y MOMENTOS
EN LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
INGENIERO CIVIL**

Autores:

Galindo, Valentina

CI: 24.327.266

Regina, María

CI: 24.298.639

Tutora:

Ing. Guzmán, Gabriela

San Diego, Marzo del 2018



Universidad José Antonio Páez
Facultad de Ingeniería

FI-CV-045-2018-1

Valencia, 25 de Enero de 2018.

Ciudadanos:

Galindo Valentina

CI. 24.327.266

Regina María

C.I. 24.298.639

Presente.-

Cumplo con informarle que la Comisión de Trabajo de Grado y Pasantías de la Facultad de Ingeniería en su reunión N° 1-2018 de fecha 25/01/2018 aprobó el proyecto de trabajo de grado titulado "APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍAS PARA LA ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS Y MOMENTOS EN LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES" Presentado por usted(es) como requisito para optar al título de Ingeniero Civil.

Se ratifica la designación de la Ing. Gabriela Guzmán C.I. 17.807.899 y la Ing. Alicia Yanez de Pizzella, C.I. 4.598.880 como Tutores Académicos que lo asesorarán en el desarrollo de este proyecto.

Atentamente,

Prof. Zulay Salcedo
Decana de la Facultad de Ingeniería



c. c. Coordinación de Pasantías y Trabajo de Grado (1).

ZS/fr



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Quien suscribe, la Ingeniero Gabriela Guzmán portadora de la cédula de identidad N° 17.807.899, en mi carácter de tutora del trabajo de grado presentado por las ciudadanas Galindo F. Valentina M. portadora de la cedula de identidad N° 24.327.266 y Regina G. María L. portadora de la cedula de identidad N° 24.298.639, titulado **“APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍAS PARA LA ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS Y MOMENTOS EN LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES”** presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero Civil, considero que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En San Diego, a los 9 días del mes de marzo del año dos mil dieciocho (2018).

Ing. Gabriela Guzmán

C.I.: 17.807.899



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

San Diego, octubre del 2017.

ACTA DE REVISIÓN DEL PROYECTO DE TRABAJO DE GRADO

Quienes suscriben esta Acta, dejan constancia que el Proyecto de Trabajo de Grado: **APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍAS PARA LA ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS Y MOMENTOS EN LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES** ha sido revisado y, cumpliendo con los requisitos exigidos para su aprobación, recomiendan su tramitación ante el organismo académico correspondiente.

Ing. Gabriela Guzmán

Tutor Académico

Firma

Fecha

Ing. Alicia de Pizzella

Tutor Metodológico

Firma

Fecha

ÍNDICE GENERAL

CONTENIDO	pp.
ÍNDICE DE FIGURAS	xi
ÍNDICE DE GRÁFICAS	xiii
ÍNDICE DE TABLAS	xv
RESUMEN	xvii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO	
I EL PROBLEMA	3
1.1 Planteamiento del problema.....	3
1.2 Formulación del problema.....	5
1.3 Objetivos de la Investigación.....	5
1.3.1 Objetivo General	5
1.3.2 Objetivos Específicos.....	6
1.4 Justificación de la investigación:	6
1.5 Alcance	7
1.6 Limitaciones	7
II MARCO TEÓRICO	8
2.1 Antecedentes de la Investigación.....	8
2.2 Bases Teóricas	11
2.2.1. Materiales Estructurales	11
2.2.2. Losas	15
2.2.2.1 Losas armadas en dos direcciones.....	16
2.2.3 Comportamiento de losas apoyadas en todos los bordes	19
2.2.4 Análisis de losas en dos direcciones	20

2.2.4.1 Método de los Coeficientes	21
2.2.4.3 Método del pórtico equivalente	33
2.2.4.5 Sap2000 (método de los elementos finitos).....	40
2.3. Definición de términos	42
III MARCO METODOLÓGICO	43
3.1 Tipo de Investigación.....	43
3.2 Diseño de la Investigación.....	43
3.3 Nivel de la Investigación	44
3.4 Población y muestra.....	44
3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	45
3.6 Fases metodológicas	45
IV RESULTADOS	47
4.1 Metodología de análisis para losas armadas en dos direcciones	47
4.2 Ejercicios de análisis para losas armadas en dos direcciones aplicando las metodologías de cálculo	51
4.2.1 Parte 1	51
4.2.1.1 Método Directo.....	51
4.2.1.2 Método de los Coeficientes:	65
4.2.1.4 Resumen de resultados parte 1	74
4.2.2 Parte 2	88
4.2.2.1 Método de los coeficientes	90
4.2.2.2 Método directo de diseño	91
4.2.2.3 Método del Pórtico Equivalente	92
4.2.2.4 Sap2000	116
4.2.2.5 Relación de resultados	120
CONCLUSIONES.....	128

RECOMENDACIONES	131
REFERENCIAS	132
ANEXOS	133
ANEXO A	133
ANEXO B	134
ANEXO C	135
ANEXO D	136
ANEXO E.....	137
ANEXO F.....	139
ANEXO G	140
ANEXO H	140
ANEXO I.....	141
ANEXO J	141
ANEXO K.....	142
ANEXO L.....	142
ANEXO M	143

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	pp.
1 Curva típica esfuerzo-deformación para el concreto bajo compresión...	12
2 Diagrama esfuerzo-deformación típico del concreto con cargas a corto plazo.....	13
3 Curva esfuerzo-deformación típica para aceros de refuerzo	14
4 Losas planas.....	18
5 Placa plana.....	18
6 Losa reticular.....	19
7 Deflexión típica en losa en dos direcciones sobre apoyos de bordes simples.....	19
8 Variación de los momentos a través del ancho de las secciones críticas supuestas para el diseño	22
9 Planta de losa de piso típica en dos direcciones con vigas en los ejes de columnas.....	22
10 Franjas de diseño.....	25

11	Condiciones para la aplicación del análisis por coeficientes.....	25
12	Condiciones de apoyo.....	25
13	Momentos en las franjas de diseño.....	26
14	Distribución de los momentos estáticos totales para un tramo final.....	27
15	Sección de viga interna y losa a incluirse en diseño a torsión	28
16	Sección de viga externa y losa a incluirse en diseño a torsión	28
17	Definición de franja columna.....	29
18	Fracción de momento negativo interior M_u en una franja de columna....	30
19	Fracción de momento negativo exterior M_u en una franja de columna...	30
20	Fracción de momento positivo M_u en una franja de columna.....	30
21	Fracción de M_u de una franja de columna asignable a las vigas.....	31
22	Fracción del cortante resistido por una viga.....	32
23	Área aferente para cortante en una viga interior.....	32
24	Pórticos equivalentes para una estructura de cinco plantas.....	33
25	Elementos de un pórtico equivalente.....	34
26	Secciones para calcular las rigideces de las vigas losa.....	35
27	Secciones para calcular la rigidez de las columnas, K_c	36
28	Factores de distribución de momentos, FD	39
29	Secciones críticas para determinar los momentos negativos de diseño...	40
	Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con	
30	$l_b/l_a=1$	68
	Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con	
31	$l_b/l_a=1$	69
	Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con	
32	$l_b/l_a=1.2$	69

33	Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.2$	70
34	Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.4$	70
35	Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.4$	71
36	Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.6$	71
37	Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.6$	72
38	Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.8$	72
39	Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.8$	73
40	Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=2$	73
41	Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=2$	74
42	Diagrama de Momentos para la Franja Columna Central.....	105
43	Diagrama de Momentos para la Franja Columna Externa.....	112
44	Mapa de colores de M11 para la losa del edificio.....	116
45	Mapa de colores de M22 para la losa del edificio.....	117
46	Mapa de colores de V23 para la losa del edificio.....	118
47	Mapa de colores de V13 para la losa del edificio.....	119

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica	pp.
1 Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 2.....	75

2	Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 2.....	76
3	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 2.....	76
4	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 2.....	77
5	Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 4.....	78
6	Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 4.....	79
7	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 4.....	79
8	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 4.....	80
9	Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 8.....	81
10	Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 8.....	82
11	Relación de Momentos Positivos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 8.....	82
12	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 8.....	83
13	Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 9.....	84
14	Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 9.....	85
15	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 9.....	85
16	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 9.....	86
17	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia	121
18	Relación de Momentos Positivos Luz Corta para la Franja Intermedia	122
19	Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia.....	123
20	Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia.....	124
21	Relación de Corte Luz Larga para la Franja Intermedia.....	125
22	Relación de Corte Luz Corta para la Franja Intermedia.....	126

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	pp.
1 Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1$	60
2 Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.2$	61
3 Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.4$	62
4 Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.6$	63
5 Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.8$	64
6 Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=2$	65
7 Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 2.....	66
8 Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 4.....	67
9 Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 8.....	67
10 Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 9.....	68
11 Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 2.....	74
12 Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 4.....	77
13 Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 8.....	80
14 Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 9.....	83
15 Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 2.....	86
16 Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 4.....	87
17 Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 8.....	87
18 Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 9.....	88
19 Distribución de Momentos por Método de los Coeficientes.....	90
20 Corte por Método de los Coeficientes.....	90

21	Distribución de Momentos por Método Directo.....	91
22	Distribución de Momentos para la Franja intermedia por MD.....	92
23	Distribución de Momentos negativo para la Franja Columna Central.....	102
24	Distribución de Momentos para la Franja Columna Central.....	106
25	Distribución de Momentos para la Franja intermedia.....	107
26	Distribución de Momentos negativo para la Franja Columna Externa....	109
27	Distribución de Momentos para la Franja Columna Externa.....	113
28	Distribución de Momentos para la Franja Columna Externa e Interna....	115
29	Distribución de Momentos para la Franja intermedia.....	116
30	Momentos Positivos para la Franja intermedia por Sap2000.....	117
31	Momentos Negativos para la Franja intermedia por Sap2000.....	118
32	Corte para la Franja intermedia por Sap2000.....	119
33	Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia.....	120
34	Relación de Momentos Positivos Luz Corta para la Franja Intermedia.....	121
35	Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia.....	122
36	Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia.....	123
37	Relación de Corte Luz Larga para la Franja Intermedia.....	124
38	Relación de Corte Luz Corta para la Franja Intermedia.....	125
39	Comparativa de los métodos con respecto a Sap2000 para el cálculo de corte.....	126
40	Cuadro comparativo de los métodos con respecto a Sap2000 para el cálculo de momentos.....	127



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍAS PARA LA ESTIMACIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS Y MOMENTOS EN LOSAS ARMADAS EN DOS DIRECCIONES

Autoras: Valentina Galindo y María Regina

Tutora: Ing. Gabriela Guzmán

Fecha: Octubre, 2017

RESUMEN

Consideradas uno de los elementos estructurales más fundamentales en edificaciones, las losas se encargan de recibir y transmitir todas las fuerzas gravitacionales que puedan existir en una obra civil, así como también actúan como diafragma para el sistema de vigas y columnas. Actualmente existe un amplio número de procesos analíticos que permiten una estimación satisfactoria de las fuerzas y momentos presentes en losas armadas en dos direcciones; los cuales, tienden a arrojar distintos resultados para un mismo caso estudiado. Dicho esto, se pretende con esta investigación establecer una comparación entre cinco métodos de análisis distintos, plasmando los resultados obtenidos, para su futuro aprovechamiento y permitir una mejor elección de estos según convenga, dado un caso de estudio específico.

INTRODUCCIÓN

En las estructuras uno de los componentes fundamentales son las losas debido a que estas son las encargadas de recibir y transmitir las cargas gravitacionales aplicadas directamente sobre la superficie además de cumplir la función de diafragma para el sistema de vigas y columna. Las losas armadas en dos direcciones son ideales para condiciones de alta demanda debido a la configuración de su armadura, esta permite una mayor luz libre lo cual es muy útil para ciertas condiciones de diseño y distribución de espacio en el plano. En la actualidad se conocen múltiples métodos de diseño de dichas losas, algunos están más aproximados a la realidad que otros es por eso por lo que es necesario un estudio comparativo que muestre de manera cuantitativa la efectividad de cálculo que presenta cada método para distintos tipos de condiciones y cargas que pueda presentar una losa armada en dos direcciones.

En la presente investigación se tiene como objetivo analizar las cinco metodologías de diseño de losas armadas en dos direcciones y calcular con dichos métodos los momentos y las fuerzas resultantes de distintos modelos de losas y realizar una comparación de los resultados para obtener una perspectiva concreta sobre la eficiencia de cada uno de ellos.

Si bien el objetivo es realizar una comparativa, también se busca facilitar y contribuir a la mejor formación de profesionales de esta rama de la ingeniería sobre el diseño de losas armadas en dos direcciones y así lograr un mejor desempeño en el cálculo y diseño de dichas losas en el futuro.

La presente investigación está estructurada en 4 (cuatro) capítulos. En el Capítulo I, el problema, se presenta la justificación de la investigación, así como también los objetivos, alcances y limitaciones a la cual estará proyectada.

El capítulo II expone todas las bases teóricas, formulas e hipótesis el cual se sustenta esta investigación para la aplicación y comparación de distintas metodologías para la estimación de distribución de fuerzas y momentos en losas armadas en dos direcciones.

El Capítulo III hace referencia al tipo de investigación, recursos utilizados para realizar la misma y describe las fases necesarias para la aplicación y comparación de las distintas metodologías para la estimación de distribución de fuerzas y momentos en losas armadas en dos direcciones.

En el Capítulo IV se aplican las metodologías analizadas, se muestran los resultados obtenidos y se realizan las gráficas comparativas .

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

A partir de que el hombre aprendió a convivir en grupo de manera sedentaria este se vio en la necesidad de desarrollar conocimientos para la creación de estructuras que simplificaran y complementaran su permanencia en un lugar determinado, dentro de dichas estructuras se encontraban viviendas, templos, teatros, comercios, entre otros. En la actualidad el hombre representa su evolución y desarrollo con las estructuras que ha dejado a su paso.

Las estructuras son una creación del hombre capaz de albergar distintas actividades humanas, en ellas las losas son aquellos elementos estructurales planos que permiten en primer lugar suministrar superficies de apoyo a las cargas verticales sean estas vivas o muertas y en segundo término actuar como diafragma al sistema de columnas y muros que es en definitiva el que soporta la estructura. En nuestro medio las losas más usadas en edificaciones son las unidireccionales y del tipo nervada estas cubren luces en promedio de hasta 5 metros. Sin embargo, para luces mayores, cargas mayores y para una mejor distribución de las cargas hacia las dos direcciones del sistema se emplean losas armadas en dos direcciones. La losa puede apoyarse directamente sobre columnas o descansar sobre muros de carga, vigas de hormigón o de acero generando así diferentes de condiciones de apoyo que indican formas especiales de trabajo estructural.

Una losa puede ser completamente sólida o contener cavidades vacías, en el primer caso de tiene la losa maciza y en el segundo la losa nervada. La losa nervada es la más utilizada en los edificios porque al permitir disminuir el peso propio de las edificaciones se disminuye el costo.

A diferencia de las losas unidireccionales las losas en dos direcciones logran que las cargas verticales se distribuyan más uniforme entre las vigas luego estas hacia las columnas y finalmente hacia las fundaciones, es decir las cargas de diseño sobre cada uno de estos elementos son más uniformes en comparación con las anteriores en donde dichos elementos estarán más solicitados en una determinada dirección.

Las losas de dos direcciones fueron presentadas en 1902 por O.W Norcross, pero fue en 1908 que se reorganizó la idea y entonces se aceptó como un sistema de piso. En sus inicios el análisis de flexión de dichas losas estuvo basado en los principios de la teoría clásica de elasticidad, debido a que las soluciones eran complicadas aun para condiciones de apoyos simples, se tenían que suponer condiciones idealizadas y puramente empíricas, las cuales se alejaban del marco económico y real. Por la inmensa cantidad de cálculos que se deben realizar para cada una de las condiciones de carga y apoyos en un determinado proyecto estructural por la teoría clásica, se investigaron distintas metodologías que lograran satisfacer el diseño y asemejarse más a la realidad.

En 1929 Henry Marcus presentó en Europa el método de los coeficientes y fue ampliamente difundido, en Estados Unidos fue presentado por Paul Rogers en 1944, este método tuvo su presentación oficial en el ACI 318-63 y desde ese entonces fue ampliamente utilizado por ingenieros calculistas. Este método es utilizado para el diseño y revisión de losas de dos direcciones apoyadas en vigas o muros que le suministren una gran rigidez perimetral.

En 1971 aparece en ACI el método del pórtico equivalente el cual está basado en el reporte que hizo Peabody en el año 1948, este método convierte un sistema aporticado tridimensional con losas en dos direcciones en una serie de pórticos bidimensionales (vigas placa y columnas), un sistema en el cual cada pórtico se extiende en la totalidad de la altura de la estructura. El ancho de cada pórtico equivalente se extiende hasta la mitad de la luz entre los centros de las columnas.

En el ACI 318-83 se presentó el método de diseño directo el cual simplificó enormemente el análisis de los momentos de los sistemas de losas en dos direcciones, ya que se eliminaron todos los cálculos de las rigideces para determinar los momentos

de diseño en un tramo extremo. El método es un procedimiento aproximado para analizar sistemas de losas en dos direcciones solicitados exclusivamente por cargas gravitatorias. Debido a que se trata de un procedimiento aproximado, la aplicación de este método se limita a los sistemas de losas que satisfacen las limitaciones especificadas por el ACI en artículo 13.6.1. En el caso de que el sistema no cumpla las limitaciones se tendrá que utilizar otro método como el del pórtico equivalente.

En el actual ACI se hace referencia a que una losa puede diseñarse por cualquier procedimiento que satisfaga las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad si se demuestra que la resistencia de diseño en cada sección de la estructura es al menos igual a la resistencia requerida por las cargas y se satisfacen los requisitos de servicio y funcionabilidad exigidos. Dentro de esos procedimientos externos permitidos por el ACI se encuentran los basados en teoría elástica, usando métodos como el de los elementos finitos.

El software de última generación SAP2000 desarrollado por Computers & Structures, Inc (CSI) y presentado hace más de tres (3) décadas, es un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico de tercera dimensión orientado a objetos, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, la modelación, análisis y dimensionamiento de lo más amplio conjunto de problemas de ingeniería estructural, debido a su amplia utilidad es uno de los programas más utilizados entre los profesionales del ramo. El software tiene la capacidad de evaluar todas las posibles acciones a las que pueda estar sometida una losa por lo que en la actualidad es el medio más utilizado para el diseño de estas

1.2 Formulación del problema

¿Cómo se puede aplicar y comparar diversas metodologías para la estimación de distribución de fuerzas y momentos en losas armadas en dos direcciones?

1.3 Objetivos de la Investigación

1.3.1 Objetivo General

Aplicar y comparar distintas metodologías para la estimación de distribución de

de fuerzas y momentos para losas armadas en dos direcciones.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Analizar distintas metodologías de diseño para losas armadas en dos direcciones.
- Programar hojas de cálculos de cada metodología en Mathcad para la aplicación de estas.
- Aplicar las distintas metodologías en losas armadas en dos direcciones.
- Realizar la comparación de los resultados obtenidos por cada método para cada losa estudiada.

1.4 Justificación de la investigación:

El interés científico de la presente investigación se basa en la importancia de la comprensión de las distintas metodologías de diseño aplicables a losas de dos direcciones, con sus respectivas ventajas y desventajas, con respecto a los resultados proporcionados por un software de última generación como SAP2000.

El análisis de losas armadas en dos direcciones se caracteriza por basarse en procesos matemáticos aproximados, que además cuentan con numerosas limitaciones y condiciones para poder emplearse; estos procesos han evolucionado hasta constituir los métodos analíticos que son actualmente aprobados por las normativas asociadas al diseño de elementos estructurales de concreto armado. No obstante, los avances alcanzados con respecto a estas metodologías no las hacen plenamente exactas; por lo que es más adecuado, al momento de llevar a cabo el diseño de losas de dos direcciones, el empleo de softwares estructurales de última generación, los cuales, mediante el método de elementos finitos, tienden a arrojar resultados más precisos.

Es por ello que mediante este estudio se pretende, en base de los resultados obtenidos, establecer un sistema comparativo mediante el cual se plasmen de manera más precisa las diferencias existentes entre los estudios realizados a partir de métodos analíticos y los resultados obtenidos por herramientas de análisis computacional.

Con la presente investigación se espera encontrar la metodología o medio de diseño más efectivo y apegado a la realidad que se puede utilizar en el diseño de losas armadas en dos direcciones para futuras aplicaciones tanto en el campo laboral como investigativo.

1.5 Alcance

El presente estudio tiene como alcance el análisis y la comparación de diversas metodologías de cálculo y el software de última generación SAP 2000 para el diseño de losas de dos direcciones.

1.6 Limitaciones

El estudio se limita a la aplicación y comparación de las metodologías de diseño de losas armadas en dos direcciones a modelos simples de losas con paneles completamente apoyados en vigas, con luces variables, evaluando la siempre la sección más crítica de los mismos (franja central).

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la Investigación

Montemayor J, (1998), realizó en la Universidad Autónoma de Nuevo León, como requisito para obtener el grado de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Estructural, un trabajo investigativo titulado **“Estudio comparativo de métodos de análisis de losas en dos direcciones”**, en el cual se comparó el Método del Pórtico Equivalente con otros métodos de diseño de losas armadas en dos direcciones, para dar nuevas alternativas de diseño, puesto que el primero había sido el único método utilizado por varias comunidades. Se concluyó que *“el Método del Pórtico Equivalente del ACI es un método conservador para el análisis de losas sujetas a cargas de gravedad y no muy exacto para cargas laterales”*, por lo cual, el autor recomendaba el uso de otros métodos de diseño de losas armadas en dos direcciones para el análisis de combinación de cargas vertical y horizontal.

El planteamiento anterior permitió el desarrollo de la investigación con una fundamentación teórica con la cual se determinaron distintas metodologías para el análisis de losas en dos direcciones para poder compararlas entre sí.

Asimismo, Ramírez G, (2007), egresado de la Universidad de San Carlos de Guatemala, realizó un trabajo de grado bajo el título **“Estudio paramétrico para la comparación de diseño de losas por el método 3 y por el método del marco equivalente”**, donde se comparan dos métodos para el diseño de losas de concreto reforzado. El método del marco equivalente, presentado tal y como se aparece en el código ACI 318-05 el cual es utilizado para evaluar la validez de algunos resultados obtenidos en el diseño de losas con la utilización del método 3 del código ACI de 1963. Para compararlos se analizaron una variedad de losas utilizando ambos métodos, se

estudiaron distintos casos en los cuales se hacía variar el peralte de las vigas de que soportaban a las losas, las condiciones de continuidad de la losa y la relación de luces de los lados. Se concluyó que el método del marco equivalente demuestra ser mucho más versátil que el método 3. Al considerar el primero varios factores que afectan la capacidad real de los apoyos de desarrollar momentos negativos, y la forma en que se distribuyen los momentos obtenidos del análisis en la sección transversal de la losa.

Estos factores no son considerados en el método 3 y los resultados obtenidos no son aplicables en todos los casos, también se concluyó que, para todos los momentos, se observaron diferencias muy grandes entre los valores obtenidos con el método 3 y los obtenidos por el método del marco equivalente, también los valores de corte inducidos en las vigas obtenidos al realizar el análisis por el método 3, resultaron mayores a los obtenidos al realizar el análisis por el método del marco equivalente.

El estudio antes planteado brinda buena referencia en aspectos fundamentales como la comparación entre dos métodos de análisis y diseño de losas armadas en dos direcciones.

Por otra parte, Ortega M, (2013), egresado de la Universidad Carlos III de Madrid, llevo a cabo un trabajo de grado bajo el título **“Calculo de placas a través de distintas metodologías”**, donde el autor desarrolló el procedimiento de obtención de flecha en una placa sometida a cargas perpendiculares de manera estática y dinámica. Para esto trabajó mediante el uso de dos métodos numéricos, como el de Elementos Finitos y Diferencias Finitas, y métodos de solución analítica, como el método de Navier. Los dos primeros aplicados mediante el uso de los programas informáticos Abaqus y Matlab. Finalmente, obtenidos las soluciones estas fueron analizadas y comparadas entre sí, donde se encontró que dichas soluciones fueron satisfactorias. Sin embargo, se obtuvieron resultados mediante diferencias finitas que no fueron correctos en todos los casos, destacando la diferencia existente con los otros dos métodos en los casos dinámicos. Se concluyo que el método con el que se obtienen los mejores resultados es el Método de los Elementos Finitos, al ser uno de los métodos más desarrollados actualmente. Por otro lado, se obtuvo que el método analítico también

ofrece buenos resultados en general, aunque su aplicación resulta más complicada que la del M.E.F., y en casos más complejos el método analítico puede ser prácticamente imposible de aplicar.

El estudio conduce y orienta esta investigación, pues se realiza una comparación entre métodos de diseño que incluye el uso del Método de Elementos Finitos, para el cual se hace especial énfasis en el desarrollo del presente trabajo.

Por último, Araque L y Hazkour A, (2014), egresados de la Universidad Jose Antonio Páez, llevaron a cabo una tesis de grado titulada **“Comparación de diseño de losas nervadas y macizas de concreto reforzado armadas en una sola dirección, utilizando metodología según FONDONORMA 1753-2006 y el uso de software de cálculo estructural”**, donde mediante el establecimiento de una metodología de diseño estructural de losas nervadas y macizas de concreto reforzado conforme a la norma FONDONORMA 1753-2006, más su aplicación, se ejecutó la resolución de problemas asociados al cálculo estructural de estos tipos de losas, mediante el uso de software de cálculo; logrando así confirmar la existencia de variación en alguno criterios de diseño; entre estos factores de mayoración, pre-dimensionado y chequeo de flechas. Con respecto al pre-dimensionado, se evidencia que es estrictamente necesario que el ingeniero determine la altura de las secciones a estudiar, puesto que los softwares de cálculo no son capaces de recomendar alguna. Por otro lado, al compararse los resultados arrojados por IP3 con los de SAP2000 y las hojas de cálculo de Excel, se pudo observar diferencias apreciables entre el primero y los dos últimos; esto debido al uso por parte del software IP3 de un factor de mayoración de cargar calculado a partir de la diferencia de la carga variable con la carga permanente. Además, se concluyó que muchos proyectistas evitan realizar chequeos de flecha por ser este un procedimiento considerado engorroso, por lo que existe preferencia en cuanto al uso de software de cálculo estructural, a pesar de que estos no realizan dicho proceso de chequeo de flecha, trayendo como consecuencia la adopción de una altura no óptima en la sección a construir.

Este trabajo sirve como referencia para la elaboración de la presente investigación, pues consiste en la solución de distintos problemas de diseño en losas (en su caso, unidireccionales), de manera similar a la planteada en este trabajo investigativo, sirviendo de guía en los aspectos metodológicos y la estructura general del mismo.

2.2 Bases Teóricas

2.2.1. Materiales Estructurales

El concreto es un material pétreo artificial, resultante de la mezcla en determinadas proporciones de agua, cemento y agregados finos y gruesos. El cemento y el agua forman una pasta que rodea a los agregados, dando como resultado un material de gran durabilidad que fragua y endurece, incrementando su resistencia con el paso del tiempo.

El concreto simple se caracteriza por ser un material resistente a la compresión, pero débil en tracción, por lo que se lo debe armar convenientemente con barras de acero que absorben los esfuerzos de tracción y evitan la formación de grietas en la masa del concreto.

Este material puede ser preparado para el cumplimiento de diversos criterios de diseño; con resistencias que varían, entre las más comunes, entre los 180 kg/cm² y los 280 kg/cm². En casos particulares se emplea el uso de concreto cuya resistencia a la compresión supera los 300 kg/cm², esto cuando se requieren estructuras altamente resistentes.

Resistencia y deformación a compresión del concreto

Las curvas de esfuerzo-deformación del concreto simple que se obtienen de ensayos en probetas standard sujetas a carga axial en compresión uniformemente distribuida de corta duración, se indican en la figura 1. En este diagrama se aprecia que la curva presenta un máximo seguido de un trazo descendiente, produciéndose la rotura del espécimen para una carga menor a la máxima. A la carga última corresponde una

El concreto tiene un estado plástico, así como también posee, de acuerdo del tipo de concreto, un punto de rotura determinado. Dicho estado plástico estará presente hasta que los esfuerzos alcancen el valor de $0.45 f'_c$, y su colapso o rotura se producirá a los $0.85f'_c$.

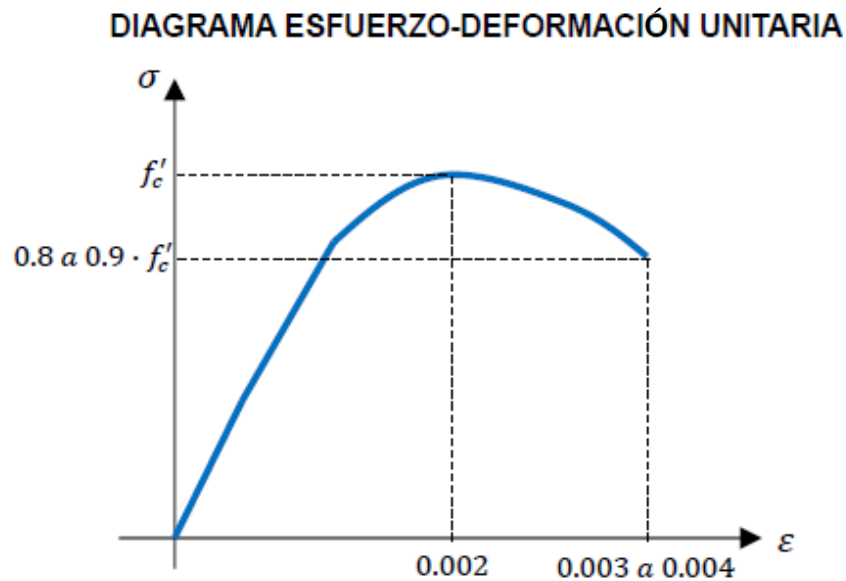


Figura 1. Curva Típica Esfuerzo-Deformación para el Concreto Bajo Compresión

Fuente: ASTM C-469

El módulo de elasticidad E_c , que viene a ser la pendiente de la parte inicial recta de las curvas que para diferentes tipos de concreto se muestran en la figura 2, puede expresarse de la siguiente manera:

—
Para concretos ligeros,
— —

Donde: f'_c : resistencia a compresión del concreto

Wc: peso unitario del concreto

Para concretos normales

Ante la presencia de concretos de mayor resistencia, se aprecia una mayor deformación correspondiente al punto de mayor esfuerzo de compresión. Por otro lado, para los concretos de menor resistencia, dicha deformación es casi constante e igual a $\epsilon = 0.002$. Otro factor que fluctuará de acuerdo con el tipo de concreto es la longitud y pendiente de la rama descendiente en las gráficas de esfuerzo – deformación. Para concretos de bajas resistencias se aprecia menor pendiente y mayor longitud que para concretos de resistencias mayores. Dicho esto, se deduce que, a menor resistencia a compresión, el concreto será más dúctil.

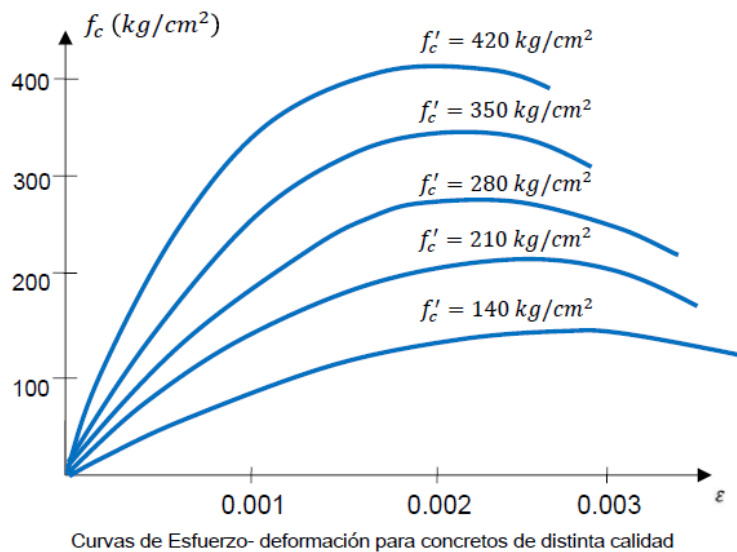


Figura 2. **Diagrama esfuerzo-deformación típico del concreto, con cargas a corto plazo**

Fuente: García, Juan O. Concreto Armado I

Acero de Refuerzo

El acero es un material de mucha mayor resistencia que el concreto. Expresado numéricamente, se puede afirmar que, a compresión, el acero es aproximadamente diez veces más resistente que el hormigón; mientras que, a tracción, se tiene una relación hasta cien veces mayor.

El refuerzo en el concreto armado consiste en el empleo de barras de acero corrugadas, las cuales poseen protuberancias en su superficie para incrementar la capacidad de adherencia con el concreto; permitiéndose el uso de barras lisas sólo para su uso en refuerzos helicoidales de columnas o pilotes, y ligaduras. Otro caso más particular es el de las secciones mixtas, las cuales poseen refuerzo en forma de perfiles de acero.

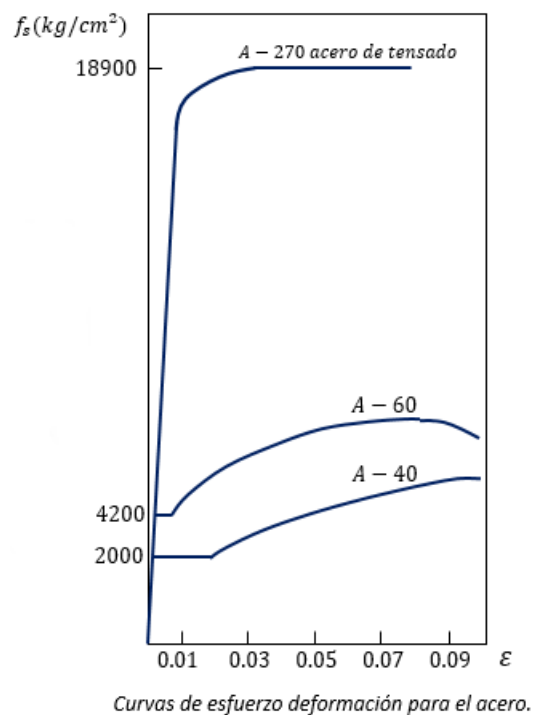


Figura 3. Curva esfuerzo-deformación típica para aceros de refuerzo

Fuente: García, Juan O. Concreto Armado I

Los diferentes tipos de acero se caracterizan por su límite de cedencia f_y . El acero dulce común evidencia un marcado escalón de cedencia y una considerable ductilidad. No existe un límite de cedencia bien definido en los aceros de alta resistencia, por lo que, para determinarlo, se debe trazar una recta paralela al tramo recto del diagrama esfuerzo-
 $\epsilon = 0.002$
de deformación unitaria, hasta cortar la curva. A los efectos de diseño, se utiliza una resistencia no mayor a 4200 kg/cm^2 . Para todo tipo de acero, el módulo de elasticidad es $E_s = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$.

Concreto Armado

El empleo de concreto armado consiste en la combinación de concreto con barras de acero o mallas de acero, también denominadas armaduras. El concreto trabaja de manera ínfima ante esfuerzos de tracción, por lo que es la armadura de acero la que soportará este tipo de sollicitación. A su vez, el concreto tendrá un excelente desempeño al verse sometido a esfuerzos de compresión; lo que hace del concreto reforzado un material idóneo para la construcción, ya que sus componentes, en conjunto, podrán soportar un gran número de sollicitaciones a la que pueda verse sometida la estructura. Por otro lado, un factor que hace que esta combinación de materiales tenga tal desempeño, es la buena adherencia que existe entre el acero y el concreto, lo que permite una excelente transmisión de fuerzas entre ambos. Otro factor favorecedor es la igualdad de sus coeficientes de dilatación térmica.

2.2.2. Losas

Estos elementos pueden definirse como “Elementos que soportan básicamente cargas de gravedad aplicadas directamente sobre la superficie y normalmente a esta, y cuya altura es bastante pequeña en comparación a sus otras dimensiones” (García, 1989, p. IV-I)

Al referirse a losas, se habla de un elemento estructural cuya función es sostener las cargas que hay en una estructura para luego transmitir las a los principales elementos estructurales como vigas y columnas. En general, puede tratarse de losas armadas en

una dirección o losas armadas en dos direcciones. Al primer término corresponden aquellas en las cuales las deflexiones ocurren en una dirección; mientras que las losas armadas en dos direcciones sufren deflexiones en dos direcciones.

2.2.2.1 Losas armadas en dos direcciones

Pueden darse casos en los cuales las losas poseen ciertas proporciones y condiciones de apoyo, que generan una acción en dos direcciones. A diferencia de las losas armadas en una dirección, la losa armada en dos direcciones deflactará adoptando una forma de plato, en vez de la forma cilíndrica típica de las losas armadas en una dirección. Esto quiere decir, que, en cualquier punto, la losa tiene una curvatura en las dos direcciones principales, y dado que los momentos flectores son proporcionales a las curvaturas, también existen momentos en ambas direcciones. Para resistir estos momentos, la losa deberá reforzarse en las dos direcciones, al menos por dos capas de barras perpendiculares con respecto a ambos pares de bordes.

En las losas armadas en dos direcciones se pueden incorporar vigas entre columnas; aumentando de esta forma el espesor de las losas alrededor de las columnas formando ábacos, y ensanchando las columnas bajo las losas (capiteles de columna). Existen casos en los cuales las losas se apoyan directamente sobre las columnas, como puede también darse el caso en el que la losa sea fabricada de manera aislada, para luego ser apoyada sobre las vigas de la estructura, teniéndose así una configuración no monolítica. Puede decirse entonces, que los tipos de construcciones de concreto reforzado que se caracterizan por una acción en dos direcciones incluyen losas soportadas por muros vigas en todos sus lados, losas planas, placas planas y losas reticulares.

El tipo de losa más simple que puede presentar acciones en dos direcciones es la losa apoyada a lo largo de sus cuatro bordes, por vigas monolíticas de concreto, con relativa altura y rigidez; por muros o por vigas principales de acero. Si las vigas carecen de altura o se omiten del todo, se puede hablar de losas o placas planas, en cuyo caso las deformaciones del sistema de piso a lo largo de los ejes entre columnas alteran significativamente la distribución de los momentos en el panel mismo de la losa.

Basándose en diversos criterios, las losas tienen distintas clasificaciones:

- Según la distribución del refuerzo, pueden tenerse losas armadas en una dirección y en dos direcciones.
- De acuerdo con su forma estructural, existen las losas planas, reticulares y nervadas.
- Según su composición, las losas pueden ser macizas o nervadas.
- De acuerdo con sus apoyos, existen losas apoyadas sobre muros y sobre columnas.
- Según su ubicación, se tienen losas de fundación, entrepiso y techo.
- Por su construcción, se clasifican en losas vaciadas in situ y losas prefabricadas.

Los métodos de análisis y diseño para losas armadas en dos direcciones que existen se ven directamente influenciados por los cuatro primeros criterios; cada uno de estos métodos aplicando distintos criterios según sea su configuración de apoyos y dimensiones.

Como puede deducirse, existen diversos tipos de losas. Sin embargo, el enfoque de esta investigación está basado en el análisis y diseño de losas armadas en dos direcciones, de las cuales pueden definirse:

1. Losas planas: representan el tipo de losas más antiguo, estudiadas por el código ACI-63. Pueden estar apoyadas o no en vigas; con capiteles, ábacos o ambos. Estas losas tienen un gran desempeño al ser sometidas a cargas pesadas y grandes luces. En comparación con las placas planas, este tipo de losas requieren menores cantidades de concreto y refuerzo para las mismas luces y cargas.
2. Placas planas: según McCormac, estas “*Son losas sólidas de concreto de espesor uniforme que transfieren las cargas directamente a las columnas sin ayuda de vigas, capiteles o ábacos*” (fuente). Al emplearse este tipo de losa existe el riesgo de que ocurra falla por punzonamiento; al presentar dicha losa problemas para transferir la fuerza cortante en el perímetro de las

columnas. Para evitar este fenómeno, puede ser necesaria la instalación de *crucetas de cortante*, proceso en el cual se colocan perfiles I de acero en la losa sobre la columna.

3. Losas reticulares: construidas a “*Base de un sistema de entramado de traves cruzadas que forman una retícula, dejando huecos intermedios que pueden ser ocupados de manera permanente por bloques huecos o materiales cuyo peso volumétrico no exceda de 900 kg/m³*” (Equipo de colaboradores y profesionales de la revista ARQHYS.com. 2012, 12. Revista ARQHYS. Losas nervadas o reticulares. <http://www.arqhys.com/arquitectura/revistas-digitales-arquitectura.html>)

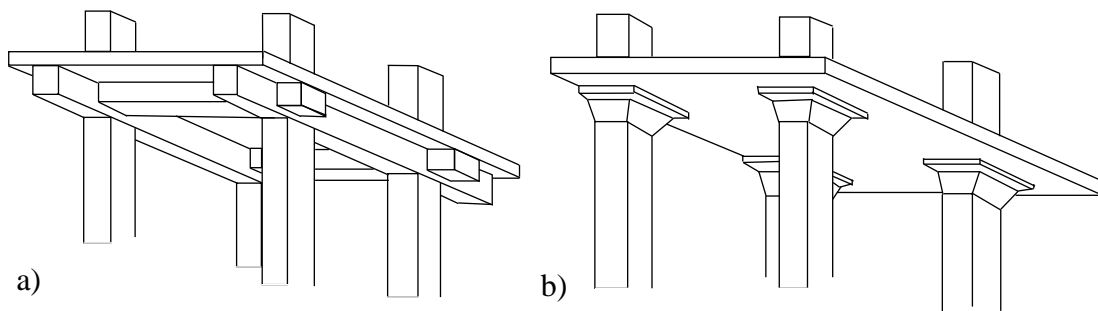


Figura 4. Losas planas apoyadas sobre vigas (a) y ábacos y capiteles (b)

Fuente: McCormac - Diseño de Concreto Reforzado

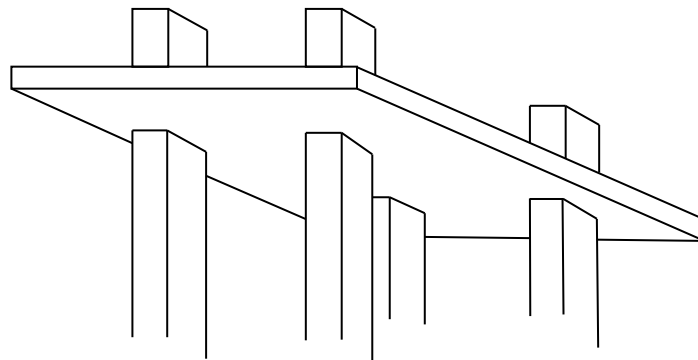


Figura 5. Placa plana

Fuente: McCormac - Diseño de Concreto Reforzado

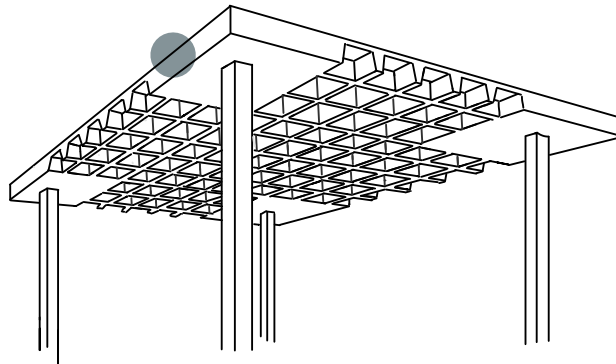


Figura 6. Losa reticular

Fuente: McCormac - Diseño de Concreto Reforzado

2.2.3 Comportamiento de losas apoyadas en todos los bordes

Al trabajarse con losas apoyadas en todos sus bordes, se asume que los apoyos son bastante rígidos, de manera que se puede considerar que estos no ceden bajo la carga.

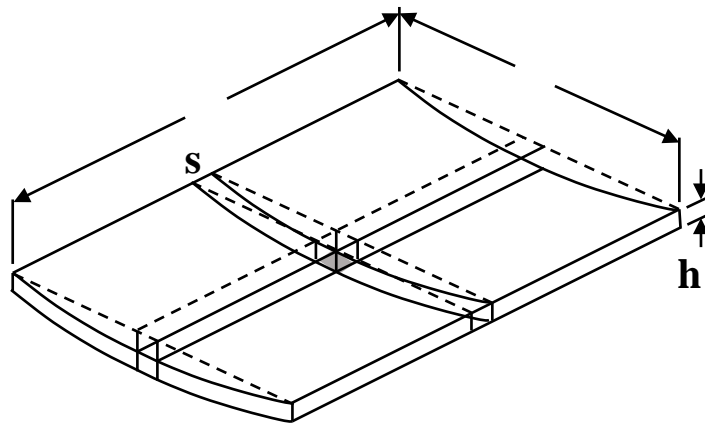


Figura 7. Deflexión típica en Losa en dos direcciones sobre apoyos de bordes simples

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto

La figura 9 presenta dos franjas centrales de una placa rectangular con luz corta y luz larga . Si la carga uniforme es w por metro cuadrado de losa, cada una de estas franjas actúa casi como una viga simple, cargada de manera uniforme por parte de la carga w que le corresponde. Puesto que estas franjas imaginarias son en realidad parte

de la misma losa monolítica, sus deflexiones en los puntos de intersección deben ser las mismas. Igualando las deflexiones de ambas franjas se obtiene:

$$\frac{5w_a l_a^4}{384EI} = \frac{5w_b l_b^4}{384EI}$$

Donde w_a es la fracción de la carga que se transmite en dirección corta y w_b es la fracción de carga que corresponde a la fracción larga, teniéndose:

$$\frac{w_a}{w_b} = \frac{l_b^4}{l_a^4}$$

Observándose así que la mayor fracción de carga se transmite en dirección corta y que la relación entre las dos porciones de la carga total es inversamente proporcional a la relación de luces elevada a la cuarta potencia. Este resultado es aproximado, dado que el comportamiento de estas losas es mucho más complejo que el de las dos franjas que se interceptan.

2.2.4 Análisis de losas en dos direcciones

Debido a las deflexiones que sufren las losas bajo las cargas a las que son sometidas, estas se deben reforzar con barras de refuerzo perpendiculares entre sí. Ya que por esta configuración las losas en dos direcciones poseen una naturaleza bastante indeterminada, se hace muy complejo el estudio de estas por medio de un análisis elástico. Un método bastante acertado es el empleo de técnicas matemáticas como el método de los elementos finitos, pero para lograr un diseño práctico mediante el uso de este, es necesario utilizar software de diseño estructural un tanto complejo.

En realidad, el que exista una gran redistribución de esfuerzos en losas armadas en dos direcciones bajo grandes cargas hace innecesario el diseño basado en análisis teóricos. Por esto, el diseño de losas en dos direcciones se basa en métodos empíricos de momento, los cuales, si bien no predicen de manera exacta las variaciones de los esfuerzos, conducen al proporcionamiento de losas con factores de seguridad globales satisfactorios. Dicho de otra forma, la losa tendrá un comportamiento satisfactorio aun cuando se coloque mucho refuerzo en una parte de la losa y poco en otra.

2.2.4.1 Método de los Coeficientes

También conocido como “Método 3” del código ACI de 1963, el método de los coeficientes fue desarrollado originalmente por Marcus, muy utilizado en Europa; y fue introducido en los Estados Unidos por Rogers. A pesar de no formar parte del Código ACI actual, en normas posteriores a la de 1963 se permite su uso continuo, con relación a que un sistema de losa puede ser diseñado utilizando cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y de compatibilidad geométrica, siempre y cuando se demuestre que la resistencia de diseño en cada sección es por lo menos igual a la resistencia requerida, y que se cumplen los requisitos de funcionalidad.

Con este método se utilizan tablas de coeficiente de momentos que cubren varias condiciones. Estos valores se basan en análisis elásticos, pero también se considera la redistribución inelástica. En consecuencia, el momento de diseño en cada dirección es menor que el momento máximo elástico en esa dirección. Los momentos en las franjas centrales en las dos direcciones se calculan a partir de:

y

Donde C_x coeficientes de momentos tabulados
 w carga uniforme, lb/pie²
 l_x longitud de la luz libre en las direcciones corta y larga,
respectivamente

El método establece que cada panel debe dividirse, en ambas direcciones, en una franja central cuyo ancho es la mitad del ancho del panel y en dos franjas de borde o dos franjas de columna con un ancho igual a un cuarto del ancho de panel. Tal como se analizó anteriormente, los momentos en las dos direcciones son mayores en la porción central de la losa que en regiones cercanas a los bordes. Por tanto, el método

establece que toda la franja central se disminuye desde su valor máximo en el borde de la franja central, hasta un tercio de su valor en el borde del panel. Esta distribución se indica en la figura 10 para los momentos M en dirección de la luz corta. La variación de los momentos en la dirección de la luz larga es similar.

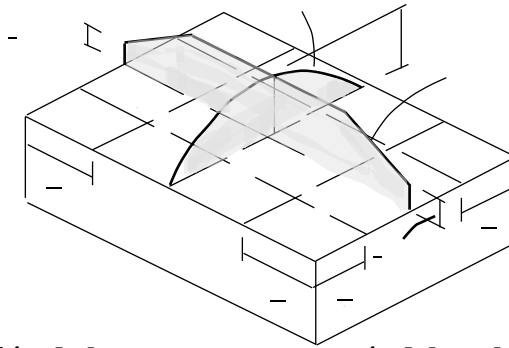


Figura 8. **Variación de los momentos a través del ancho de las secciones críticas supuestas para el diseño**

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto

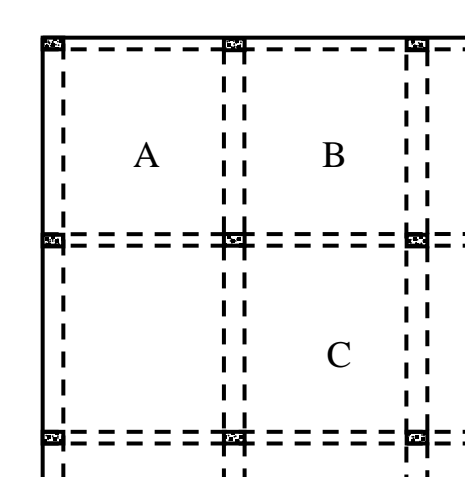


Figura 9. **Planta de una losa de piso típica en dos direcciones con vigas en los ejes de columnas.**

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto

Hasta este punto, el análisis se ha restringido a un panel individual simplemente apoyado en los cuatro lados. En la figura 11 se presenta una situación real, en la cual un sistema de vigas soporta una losa en dos direcciones. Se puede observar como en

algunos paneles, por ejemplo, el A, se tienen dos bordes exteriores discontinuos; mientras que los demás son continuos con sus vecinos. El panel B tiene un borde discontinuo y tres bordes continuos; el panel interior C tiene todos los bordes continuos y así sucesivamente. En un borde continuo de losa se generan momentos negativos de manera similar al caso de los apoyos interiores de vigas continuas. También, la magnitud de los momentos positivos depende de las condiciones de continuidad en todos los cuatro bordes.

Dicho esto, la figura en el anexo A da coeficientes de momento C , para momentos negativos en bordes continuos. Los máximos momentos negativos de borde se obtienen cuando dos paneles adyacentes a un borde particular sostienen la totalidad de la carga muerta y viva; de ahí que el momento se calcula para esta carga total. Los momentos negativos en bordes discontinuos se suponen iguales a un tercio de los momentos positivos para la misma dirección. Estos momentos deben tenerse en cuenta en el diseño puesto que la rigidez torsional de la viga del borde o del muro de apoyo suministra en general un grado de restricción en los bordes discontinuos.

Para los momentos positivos se va a presentar muy poca rotación en los bordes continuos cuando la carga muerta actúa sola, ya que las cargas en ambos paneles adyacentes tienden a producir rotaciones opuestas que se anulan entre sí o se balancean aproximadamente. Dada esta condición, los bordes continuos se consideran empotrados y los coeficientes correspondientes a los momentos positivos generados a partir de la carga muerta se determinan utilizando la figura en el anexo B. Por otro lado, en referencia a los momentos máximos positivos generados por carga viva se obtienen cuando ésta se coloca solamente en el panel particular y no en los paneles adyacentes. Si se da este caso, en los bordes continuos si se estaría en presencia de rotación. Normalmente se aproxima que existe un 50% de restricción para calcular los momentos generados por carga viva. Para este caso, los coeficientes adecuados se encuentran en la figura del anexo C. Finalmente, se recurre al anexo D, en el cual se presentan las fracciones de carga total w que se transmite en cada dirección de armado; para calcular los cortantes en la losa y las cargas en las vigas de apoyo.

2.2.4.2 Método de Diseño Directo

El método consiste en un análisis por distribución de momentos de un solo ciclo de la estructura con base en las rigideces por flexión estimadas de las losas, vigas (si existen) y columnas y las rigideces por torsión de las losas y vigas (si existen) transversales a la dirección en que los momentos por flexión están siendo determinados.

Para aplicar el método Directo se deben cumplir una serie de pasos a seguir:

- Determinar el momento isostático mayorado para cada dirección.
- Distribuir el momento isostático en cada dirección en Momentos Positivos y Negativos según condiciones de contorno.
- Distribuir los Momentos Positivos y Negativos entre franjas de columnas y franjas intermedias, que claramente define la norma.

El Método de Diseño Directo sólo es aplicable cuando se satisfacen las limitaciones:

- En cada dirección debe haber tres o más tramos continuos. (Ver figura 12)
- Los paneles de losa deben ser rectangulares, con una relación entre la luz mayor y la luz menor medidas entre los centros de los apoyos no mayor que 2. (Ver figura 13)
- Las longitudes de las luces sucesivas en cada dirección (medidas entre los centros de los apoyos) no deben diferir en más de 1/3 de la luz mayor.
- Las columnas no deben estar desalineadas respecto de cualquier eje que una centros de columnas sucesivas más de 10% de la luz (en la dirección del desalineamiento). (Ver figura 13)
- Las cargas deben ser uniformemente distribuidas, y la sobrecarga no mayorada o de servicio no debe ser mayor que dos veces la carga permanente no mayorada o de servicio. (Ver figura 12)
- Para las losas en dos direcciones con todos sus lados apoyados en vigas, la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares debe satisfacer los requisitos mínimos y máximos especificados.

- No está permitida la redistribución de momentos negativos.
- Los apoyos circulares o en forma de polígono regular deben tratarse como apoyos cuadrados que tengan la misma área. (Ver figura 14)

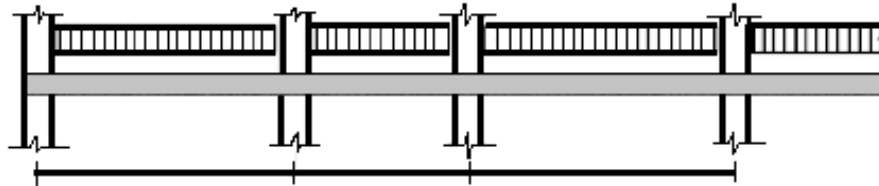


Figura 10. **Franjas de diseño**

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

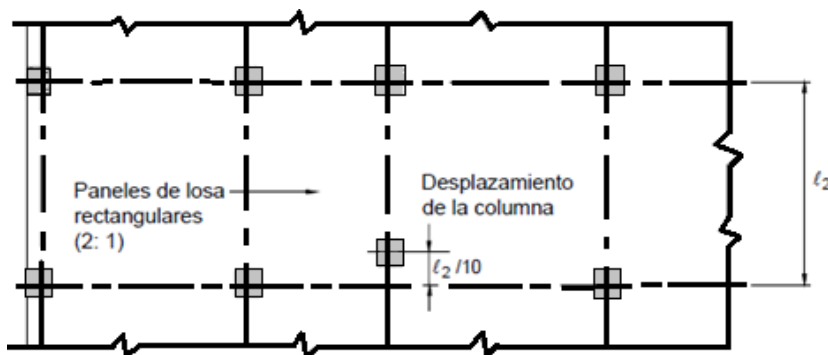


Figura 11. **Condiciones para la aplicación del análisis por coeficientes**

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

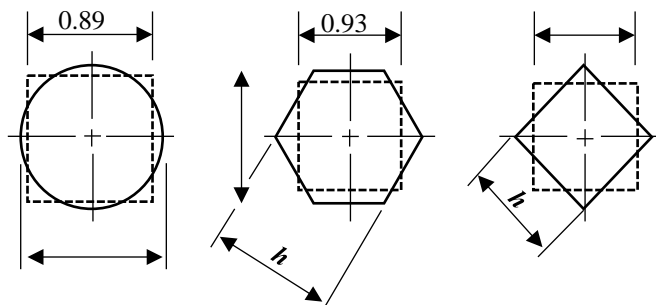


Figura 12. **Condiciones de apoyo**

Fuente: ACI 318-14

Momento estático mayorado total para un tramo

Para carga uniforme, el momento de diseño total M_o para un tramo de la franja

de diseño se calcula simplemente aplicando la expresión correspondiente a momento estático

—

Donde W_u = la combinación mayorada de carga permanente y sobrecargas.

l_n = la longitud de la luz libre en la dirección en que deben considerarse los momentos, que se extiende desde la cara de las columnas o muros, y no debe ser menor que $0.65 l_1$.

l_2 = la luz (entre centros) transversal a l_n .

Momentos mayorados negativos y positivo

El momento estático total de un tramo se divide en momentos de diseño positivos y negativos como se ilustra en la figura 15. En la figura 15 se ilustran los momentos en el tramo extremo de una placa plana o una losa plana sin vigas de borde (sistemas de losa sin vigas entre sus apoyos interiores y sin viga de borde). Para otras condiciones el momento estático total M_o se distribuye como se indica en la figura 16.

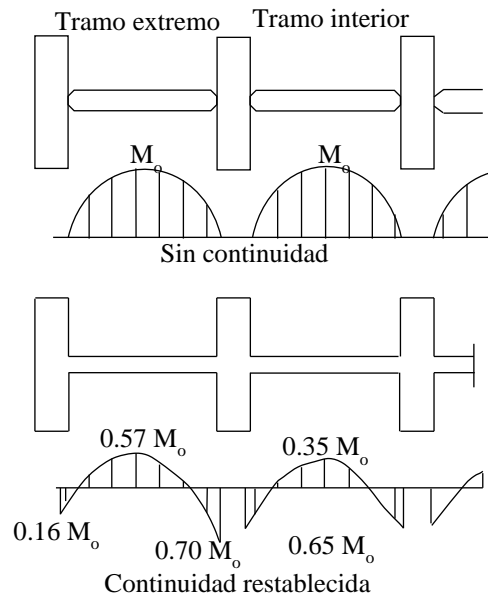


Figura 13. Momentos en las franjas de diseño

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

	Borde exterior no restringido	Losa con vigas entre todos los apoyos	Losa sin vigas entre apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Momento negativo interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Momento positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Momento negativo exterior	0	0.16	0.26	0.30	0.65

Figura 14. **Distribución de los momentos estáticos totales para un tramo final**

Fuente: ACI 318-14

Momentos mayorados en las franjas de columnas

Las reglas dadas para asignar momentos a las franjas de columnas, vigas y franjas centrales se basan en estudios de los momentos en losas linealmente elásticas, con diferente rigidez en las vigas (Gamble 1972) ajustadas por coeficientes de momento que se han usado con éxito en el pasado.

Con el propósito de establecer los momentos en la mitad de la franja de columna adyacente a un borde apoyado en un muro, se puede suponer que ln en la ecuación es igual a ln del vano paralelo adyacente entre columnas, y el muro se puede considerar como una viga que tiene un momento de inercia I_b igual a infinito.

Los momentos mayorados en a ser resistidos en una franja de columna, ya sean negativos o positivos, dependen de la rigidez relativa de las vigas y la losa y de la relación ancho-luz del panel en la dirección analizada.

Para el cálculo de la Rigidez Relativa entre vigas y losas, se debe determinar los valores de los momentos de inercia para las secciones de viga mostradas en las figuras 17 y 18, según sea el caso de franja estudiada. Otro dato de importancia es el módulo de elasticidad del concreto utilizado en las vigas y losas. En caso de ser iguales puede obviarse este dato y calcular la Rigidez Relativa en función de los valores de inercia calculados.

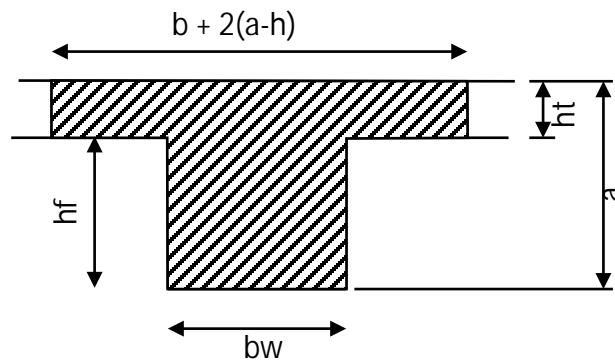


Figura 15. Sección de viga interna y losa a incluirse en diseño a torsión

Fuente: ACI 318-14

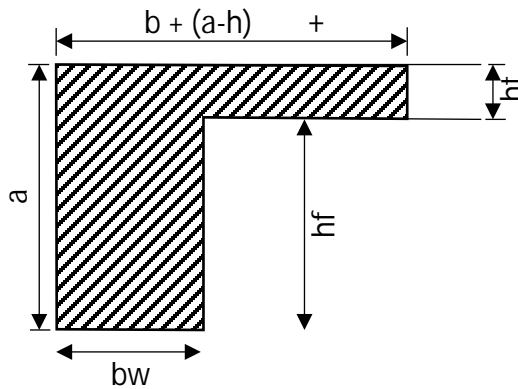


Figura 16. Sección de viga externa y losa a incluirse en diseño a torsión

Fuente: ACI 318-14

Donde E_{cb} = módulo de elasticidad del concreto de la viga

E_{cs} = módulo de elasticidad del concreto de la columna

I_b = momento de inercia total respecto al eje centroidal de una sección formada por la viga y la losa a cada lado de la viga, que se extiende a una distancia igual a la proyección de la viga arriba o debajo de la losa (la que sea mayor) pero sin exceder cuatro veces el espesor de la losa.

I_s = momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal e igual a $h^3/$

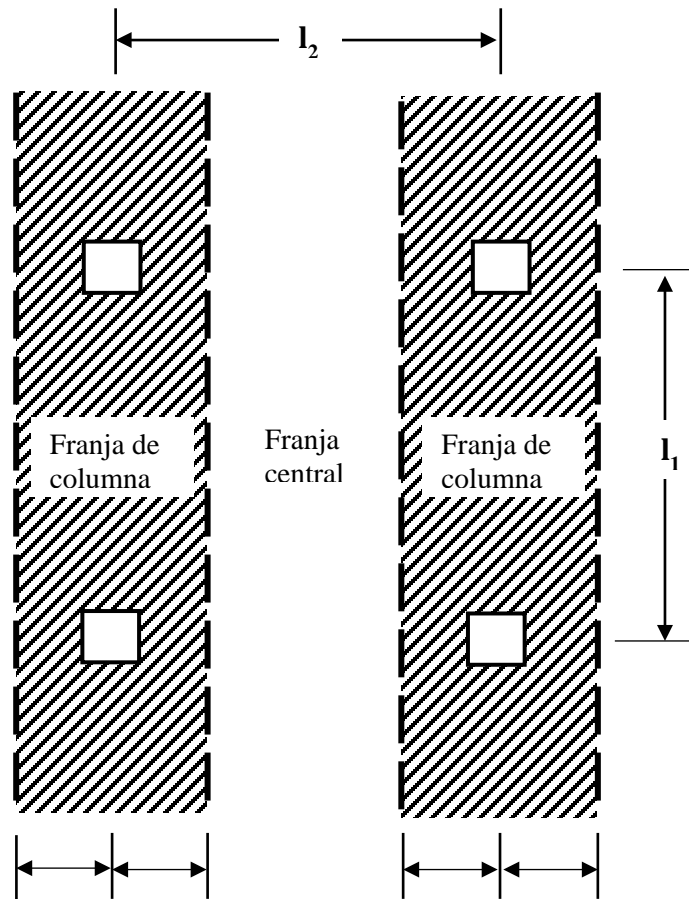


Figura 17. Definición de franja columna

Fuente: Jack C. McCormac, Russell H. Brown

Las franjas de columna deben resistir las fracciones del momento negativo interior M_u señaladas en la figura 18.

$l_1 \cdot l_2 / l_1$	l_2 / l_1		
	0.5	1.0	2.0
0	0.75	0.75	0.75
	0.9	0.75	0.45

Figura 18. Fracción del momento negativo interior en una franja de columna

Fuente: ACI 318-14

Las franjas de columna deben resistir las fracciones del momento negativo exterior M_u señaladas en la Figura 19

$l_1 \cdot l_2 / l_1$	t	l_2 / l_1		
		0.5	1.0	2.0
0	0	1.0	1.0	1.0
	2.5	0.75	0.75	0.75
	0	1.0	1.0	1.0
		0.90	0.75	0.45

Figura 19. Fracción del momento negativo exterior en una franja de columna

Fuente: ACI 318-14

El propósito del parámetro t de rigidez a la torsión, es asignar todo el momento negativo exterior mayorado a la franja de columna, y nada a la franja central, a menos que la rigidez a la torsión de la viga, en relación con la rigidez a la flexión de la losa apoyada sea alta.

Las franjas de columna deben resistir las fracciones del momento positivo M_u señaladas en la figura 20.

$l_1 \cdot l_2 / l_1$	l_2 / l_1		
	0.5	1.0	2.0
0	0.60	0.60	0.60
	0.9	0.75	0.45

Figura 20. Fracción del momento positivo en una franja de columna

Fuente: ACI 318-14

Otra alternativa para determinar las fracciones de momento correspondientes a las franjas de columna es mediante el empleo de las siguientes expresiones matemáticas:

$$\alpha = \frac{I_2/l_2}{I_1/l_1 + I_2/l_2}$$

Cuando se verifique que $l_2/l_1 > 1,0$ en las ecuaciones anteriores usar 1,0. Cuando se verifique $t > 2,5$ en la Ecuación anterior usar 2,5.

Momentos mayorados en vigas

Las vigas entre los apoyos deben diseñarse para resistir la porción de los momentos de la franja de columna M_u de acuerdo con la figura 20.

Además de los momentos calculados de acuerdo con la figura 21, las vigas deben ser diseñadas para resistir los momentos causados por cargas mayoradas aplicadas directamente sobre ellas, incluyendo el peso del alma que se proyecta por encima o por debajo de la losa.

	Coefficiente de Distribución
0	0
	0.85

Figura 21. Fracción de M_u de una franja de columna asignable a las vigas

Fuente: ACI 318-14

Momentos mayorados en las franjas intermedias

La fracción de los momentos mayorados que no se asignan a las franjas de columna debe ser resistida por las dos semifranjas que forman parte de la franja de diseño. Hay una excepción a este artículo: las franjas intermedias adyacentes y paralelas a un borde soportado por un tabique, deben resistir el doble del momento

mayorado asignado a la semifranja correspondiente a la primera fila de apoyos interiores.

Cortante mayorado en sistemas de losas con vigas

Las vigas entre los apoyos deben ser diseñadas para resistir la fracción del cortante dado en la figura 22 producido por las cargas mayoradas en las áreas aferentes que muestra la figura 23.

	Coefficiente de Distribución
0	0
	1

Figura 22. Fracción del cortante resistido por una viga

Fuente: ACI 318-14

Además de los cortantes calculados de acuerdo con la figura 22 las vigas deben diseñarse para resistir los cortantes producidos por las cargas mayoradas aplicadas directamente sobre ellas, incluido el peso del alma de la viga sobre y bajo la losa.

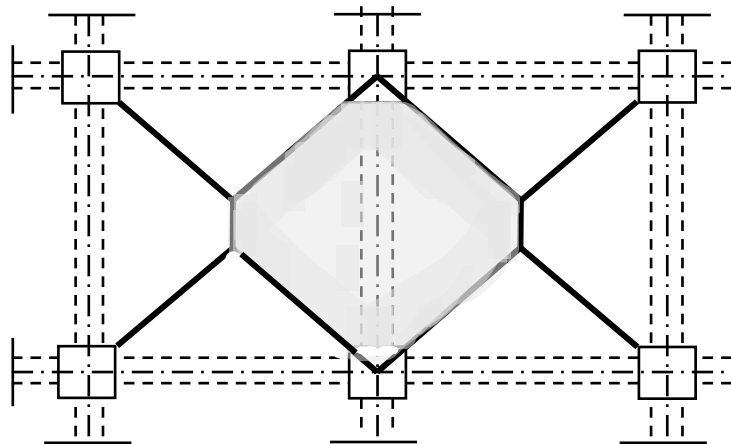


Figura 23. Área aferente para cortante en una viga interior

Fuente: ACI 318-14

Se permite calcular la resistencia a cortante de la losa suponiendo que la carga se distribuye a las vigas de apoyo de acuerdo con la figura 23. Debe proporcionarse resistencia al total que se presente en el panel.

2.2.4.3 Método del pórtico equivalente

El método del pórtico equivalente convierte un sistema aporricado tridimensional con losas en dos direcciones en una serie de pórticos bidimensionales (vigas placa y columnas), un sistema en el cual cada pórtico se extiende en la totalidad de la altura de la estructura, como se ilustra en la figura 26. El ancho de cada pórtico equivalente se extiende hasta la mitad de la luz entre los centros de las columnas. El análisis completo del sistema de losas en dos direcciones consiste en analizar una serie de pórticos interiores y exteriores equivalentes que atraviesan la estructura transversal y longitudinalmente. Para cargas gravitatorias, las vigas placa en cada entrepiso o cubierta (nivel) se pueden analizar de forma independiente, considerando empotrados los extremos más alejados de las columnas.

El análisis elástico mediante el método del pórtico equivalente se aplica a estructuras en las cuales las columnas están dispuestas formando un patrón básicamente ortogonal, con hileras de columnas dispuestas en forma longitudinal y transversal. El método de análisis se aplica a losas con o sin vigas entre apoyos. El método del pórtico equivalente se puede utilizar para analizar una estructura solicitada por cargas laterales, siempre que las rigideces de los elementos del pórtico se modifiquen para tomar en cuenta la fisuración y otros factores relevantes.

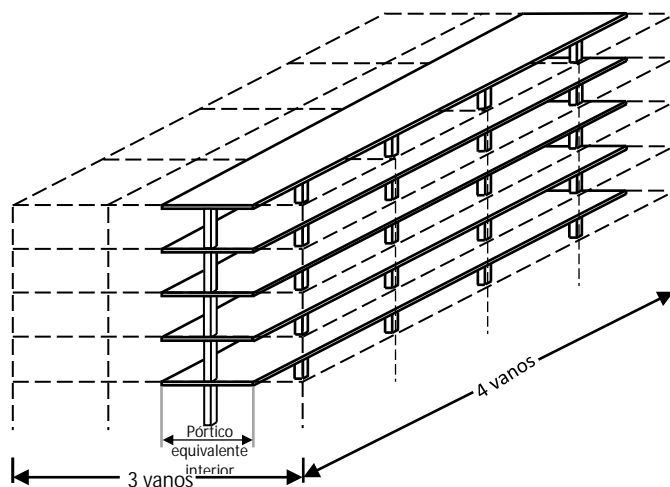


Figura 24. Pórticos equivalentes para una estructura de cinco plantas

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

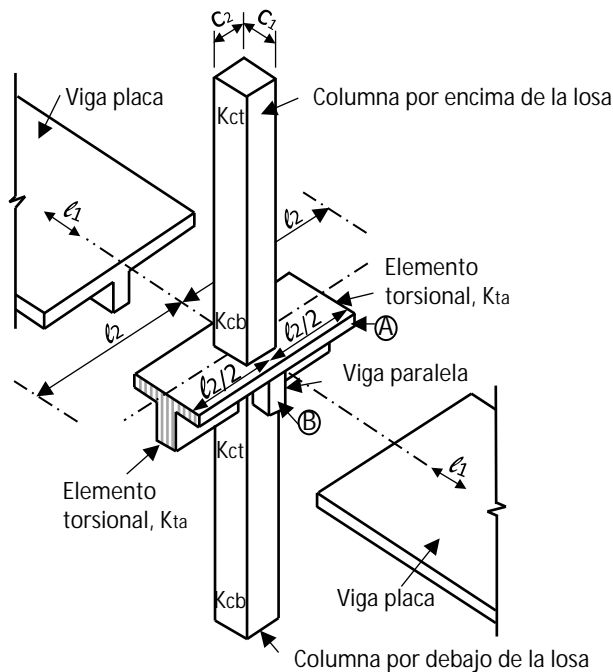


Figura 25. Elementos de un pórtico equivalente

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

La única diferencia entre el método directo de diseño y el método del marco equivalente está en la determinación de los momentos longitudinales en los claros del marco rígido equivalente. En tanto que el método directo de diseño implica un ciclo de distribución de momentos, el método del marco equivalente implica varios ciclos de distribución normal de momentos. Los momentos de diseño obtenidos por cualquiera de los dos métodos se distribuyen de la misma manera en las franjas de columnas que en las franjas centrales.

Recordando que el intervalo en que el método directo de diseño puede aplicarse, está limitado a una razón máxima de la carga viva a la muerta de 2 a 1, y a una razón máxima del claro longitudinal al claro transversal de 2 a 1. Además, las columnas no deben estar descentradas más de 10% de la longitud del claro en la dirección de la excentricidad respecto a cada eje entre las líneas centrales de columnas sucesivas. En el método del marco equivalente no hay tales limitaciones.

Vigas-losa

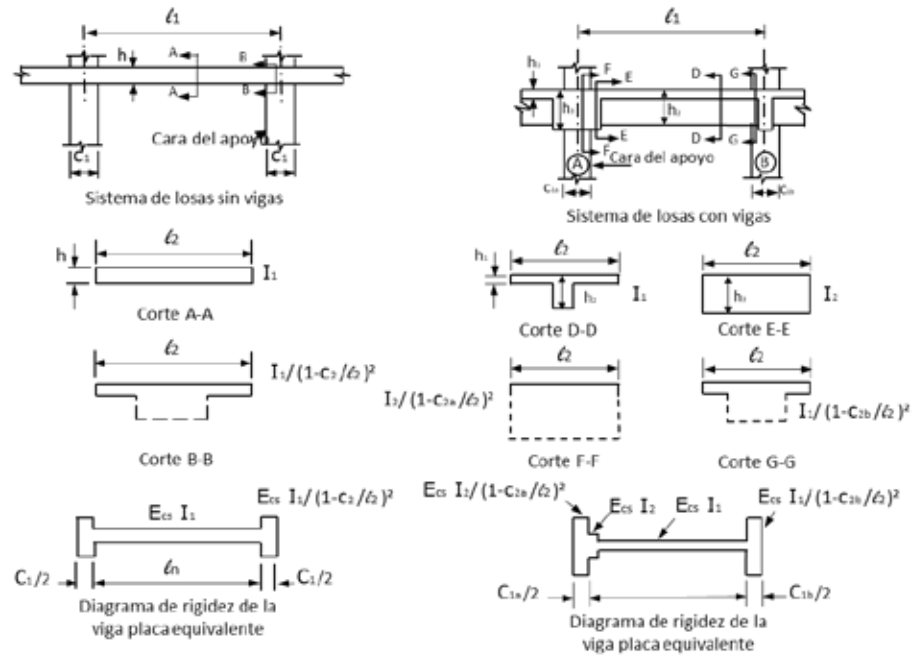


Figura 26. Secciones para calcular las rigideces de las vigas losa

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

Para el método del pórtico equivalente se pueden usar los diagramas de rigidez de las vigas placa equivalentes para determinar las constantes de distribución de momentos y los momentos de los extremos empotrados.

Los cálculos de la rigidez se basan en las siguientes consideraciones:

- El momento de inercia de la viga placa entre las caras de los apoyos se basa en el área de la sección transversal bruta del hormigón. Se debe tomar en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo del eje de la viga placa.
- Un apoyo se define como una columna, un capitel, una ménsula o un muro. Observar que para el pórtico equivalente las vigas no se consideran elementos de apoyo.

- El momento de inercia de la viga placa entre la cara del apoyo y el centro del apoyo se supone igual al momento de inercia de la viga placa en la cara del apoyo, dividido por el valor $(1 - \dots)^2$.

Columnas

La rigidez de las K_c se mide entre el plano medio de la losa superior y el plano medio de la losa inferior. Para determinar la rigidez flexional de una columna, K_c , se pueden usar los diagramas de rigidez para columnas. Los diagramas de rigidez se basan en las siguientes consideraciones:

- El momento de inercia de la columna fuera de la unión con la viga placa se basa en el área de la sección transversal bruta del hormigón. Se debe considerar la variación del momento de inercia a lo largo del eje de la columna entre las uniones con las vigas placa. En el caso de las columnas con capiteles, se asume que el momento de inercia varía linealmente desde la base del capitel hasta el fondo de la viga placa.

- Se asume que en una unión el momento de inercia entre la parte superior y la

placas, el factor de rigidez de las columnas K_c no se puede basar en la hipótesis de elemento prismático uniforme.

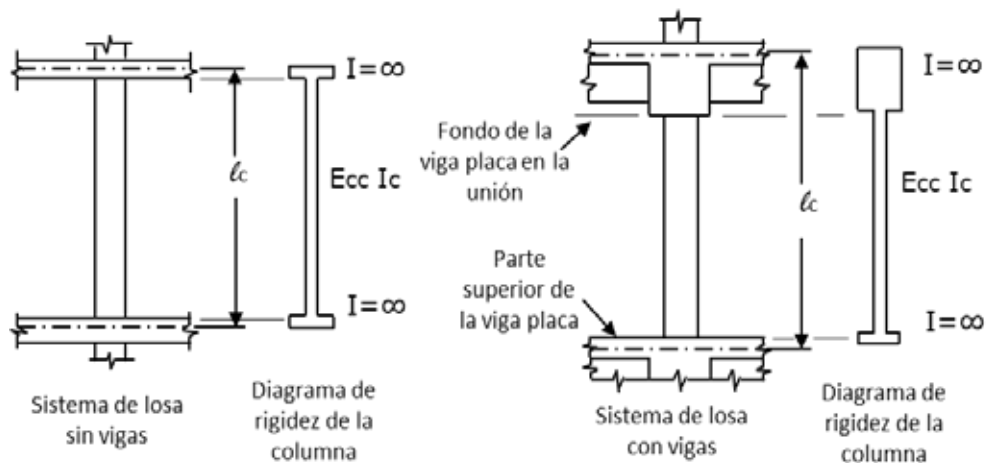


Figura 27. Secciones para calcular la rigidez de las columnas, K_c

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

Elementos torsionales

Deben suponerse elementos torsionales con una sección transversal constante en toda su longitud, que consiste en la mayor de (a) hasta (c):

- a. Una porción de losa que tiene un ancho igual al de la columna, cartela o capitel, en la dirección del vano para el cual se determinan los momentos.
- b. Para sistemas monolíticos o totalmente compuestos, la porción de losa especificada en (a) más la parte de la viga transversal arriba y abajo de la losa.
- c. La viga transversal.

Donde las vigas se unen a las columnas en la dirección del vano para el cual se determinan los momentos, la rigidez torsional debe multiplicarse por la relación entre el momento de inercia de la losa con la viga y el momento de inercia de la losa sin la viga.

La rigidez torsional K_t de un elemento torsional se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\frac{I_{lt}}{I_{lt} + I_{lv}}$$

Donde la sumatoria abarca los elementos torsionales que concurren a una unión: dos en el caso de los pórticos interiores, y uno en el caso de los pórticos exteriores.

El término C es una constante de la sección transversal que define las propiedades torsionales de cada uno de los elementos torsionales que concurren a una unión:

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{x} \right)^2$$

Siendo “ x ” la menor dimensión de un componente rectangular e “ y ” la mayor dimensión de un componente rectangular.

Momentos mayorados

Es probable que la distribución de momentos sea el método de cálculo manual más conveniente para analizar pórticos parciales que involucran varios tramos continuos y en los cuales los extremos superiores e inferiores de las columnas alejados de las losas se consideran empotrados.

Se determinan los factores de distribución de momento FD en la unión, usando la rigidez de la columna equivalente, K_{ec} . En el procedimiento de distribución de momentos se aplican directamente estos coeficientes.

Rigidez de la columna equivalente,

$$\frac{K_{ct} + K_{cb}}{2}$$

Donde

K_{ct} = rigidez flexional en la parte superior de la columna inferior que concurre a la unión;

K_{cb} = rigidez flexional en la parte inferior de la columna superior que concurre a la unión;

K_t = rigidez torsional de cada elemento torsional, uno a cada lado de la columna, incrementada debido a la presencia de vigas paralelas (si es que hay vigas paralelas)

Factor de distribución para las vigas placa

$$\frac{K_{ec}}{K_{ec} + K_{pl}}$$

Factor de distribución para la columna equivalente (momento no balanceado de la viga placa)

El momento no balanceado determinado para la columna equivalente en los ciclos de distribución de momentos se distribuye a las verdaderas columnas por encima y por debajo de la viga placa en proporción a las rigideces reales de las columnas en la unión. (Ver figura 30)

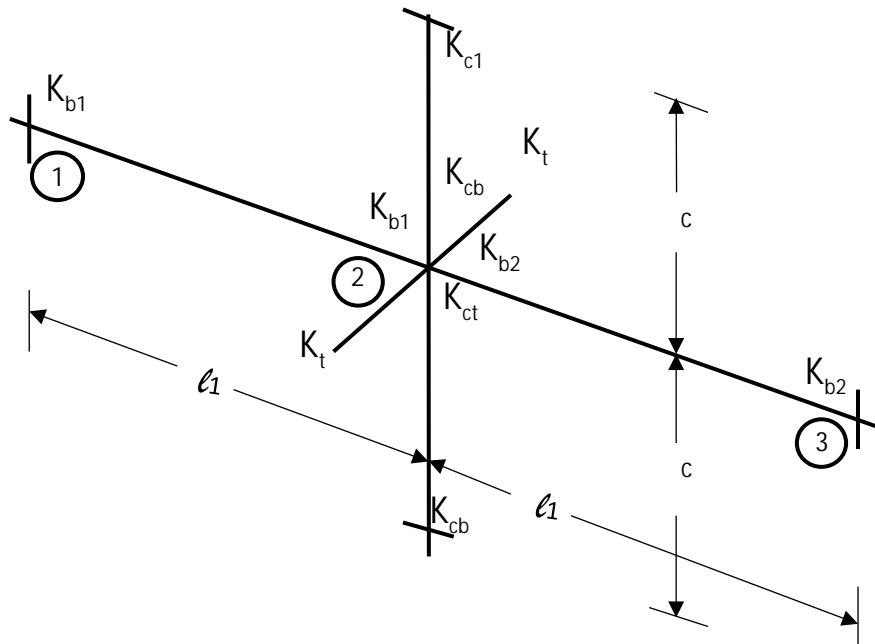


Figura 28. Factores de distribución de momentos, FD

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

Momentos mayoreados negativos

Los momentos negativos mayorados de diseño se deben tomar en las caras de de un apoyo. Este valor absoluto es un límite para los apoyos largos y angostos, para impedir una reducción indebida del momento de diseño. Un elemento de apoyo se define como una columna, un capitel, una ménsula o un tabique. Los apoyos no

rectangulares se deben tratar como apoyos cuadrados con secciones transversales de igual área. (Ver figura 31)

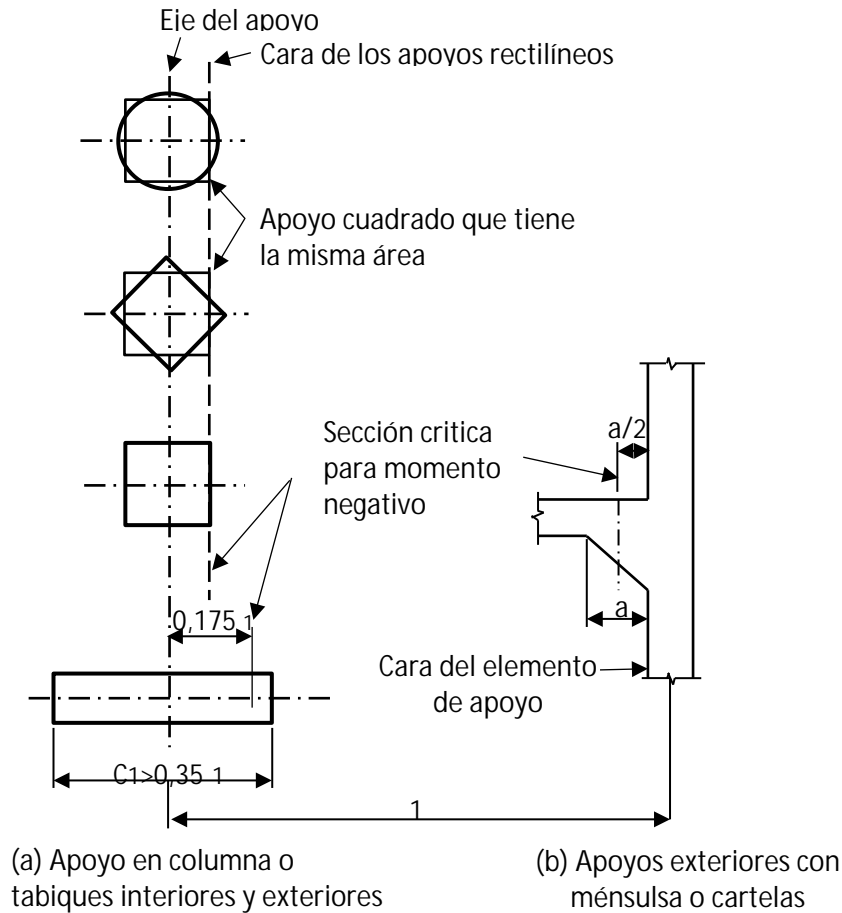


Figura 29. Secciones críticas para determinar los momentos negativos de diseño

Fuente: Notas sobre ACI 318-02

2.2.4.5 Sap2000 (método de los elementos finitos)

Es un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, la modelación, análisis y dimensionamiento de lo más amplio conjunto de problemas de ingeniería de estructuras.

Con respecto a las acciones, es posible generar automáticamente cargas de sismo, viento y vehículos, y posteriormente, hacer el dimensionamiento y comprobación automática de estructuras de concreto armado, perfiles metálicos, de aluminio y conformados en frío, a través de las normativas europeas, americanas, canadienses, turcas, Indias, chinas, y otras.

El método de elementos finitos es un método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales. La solución obtenida por MEF es sólo aproximada, coincidiendo con la solución exacta sólo en un número finito de puntos llamados nodos. En el resto de los puntos que no son nodos, la solución aproximada se obtiene interpolando a partir de los resultados obtenidos para los nodos, lo cual hace que la solución sea sólo aproximada debido a ese último paso.

El MEF convierte un problema definido en términos de ecuaciones diferenciales en un problema en forma matricial que proporciona el resultado correcto para un número finito de puntos e interpola posteriormente la solución al resto del dominio, resultando finalmente sólo una solución aproximada. El conjunto de puntos donde la solución es exacta se denomina conjunto nodos. Dicho conjunto de nodos forma una red, denominada malla formada por retículos. Cada uno de los retículos contenidos en dicha malla es un "elemento finito". El conjunto de nodos se obtiene dividiendo o discretizando la estructura en elementos de forma variada (pueden ser superficies, volúmenes y barras).

Desde el punto de vista de la programación algorítmica modular las tareas necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante un programa MEF se dividen en:

- **Preproceso**, que consiste en la definición de geometría, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales y otras propiedades. En ocasiones existen operaciones cosméticas de regularización de la malla y acondicionamiento para garantizar una mejor aproximación o una mejor convergencia del cálculo.
- **Cálculo**, el resultado del preproceso, en un problema simple no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de N ecuaciones y N incógnitas, que puede ser

resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de N ecuaciones y N incógnitas que deben resolverse uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.

- **Postproceso**, el cálculo proporciona valores de cierto conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en el postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación.

2.3. Definición de términos

ACI: Instituto Americano del Concreto.

Momento flector: Fuerza resultante de una distribución de tensiones sobre una sección transversal de un prisma mecánico flexionado o una placa que es perpendicular al eje longitudinal a lo largo del que se produce la flexión.

Franja: Porción de elemento que va de extremo a extremo.

Rigidez: Capacidad de resistencia de un cuerpo a doblarse o torcerse por la acción de fuerzas exteriores que actúan sobre su superficie.

Capitel: Pieza decorada con diferentes molduras que corona el fuste de una columna, pilar o pilastra y que recibe el peso del entablamento.

Ductilidad: Relación entre el alargamiento longitudinal producido por una tracción y la disminución de la sección transversal.

Apoyo: Son elementos en donde descansa la estructura a y los esfuerzos resistidos por estos serán transmitidos a los cimientos.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo de Investigación

Con respecto al tipo de investigación, Tamayo Tamayo (2003) expresa sobre la investigación descriptiva “Comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o procesos de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre como una persona, grupo o cosa se conduce o funciona en el presente. La investigación descriptiva trabaja sobre realidades de hecho, y su característica fundamental es la de presentarnos una interpretación correcta.”

Con respecto a lo expresado anteriormente, se dice que la presente investigación puede calificarse como documental – descriptiva, pues constituye un estudio sistemático de investigaciones previas ya comprobadas, y a su vez, se realiza bajo el esquema de un proyecto factible, cuyo enfoque se centra en la posibilidad de llevar teorías generales al ámbito práctico, y cuyo esfuerzo se destina a la implantación de propuestas, que pueden materializarse y brindar soluciones a problemas que se plantean en la sociedad.

3.2 Diseño de la Investigación

Según Fidias y Arias (2006), los tipos de investigación vienen definidos según su propósito y estas pueden ser Pura o Aplicada. En atención a su diseño o estrategia, pueden ser documental, de campo o experimental y en cuanto a su nivel de profundidad, exploratoria, descriptiva o explicativa. Además, define: “La investigación documental es un proceso basado en la búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de

datos secundarios, es decir, los obtenidos y registrados por otros investigadores en fuentes documentales: impresas, audiovisuales o electrónicas. como en toda investigación, el propósito de este diseño es el aporte de nuevos conocimientos.” (Fidias y Arias, 2012, pag.27)

Dicho esto, se define el presente trabajo investigativo como tipo documental, puesto que su realización está basada en la búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de datos, obtenidos a partir de otras investigaciones y bibliografías registradas por otros investigadores, por medios impresos, audiovisuales o electrónicos, con el fin de brindar nuevos aportes al conocimiento.

3.3 Nivel de la Investigación

Según Fidias G. Arias (2006) el nivel de investigación: “Se refiere al grado de profundidad con el que se aborda un fenómeno u objeto de estudio” (2006, pag.23). La investigación descriptiva consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno, individuo o grupo, con el fin de establecer su estructura o comportamiento. Una de las variables de la investigación descriptiva son los Estudios de Medición de Variables Independiente, cuya misión es “Observar y cuantificar la modificación de una o más características en un grupo, sin establecer relaciones entre estas” (2006, p.25). En este tipo de estudio no existe formulación de hipótesis; sin embargo, es obvia la presencia de variables. Dadas las definiciones anteriores se dice que el nivel de trabajo es descriptivo, puesto que explica la variación existente entre las fuerzas y momentos obtenidos mediante distintas metodologías de análisis y diseño de losas en dos direcciones por medio de tablas comparativas.

3.4 Población y muestra

La población en estudio está constituida por las losas de concreto armado, las cuales son una de las partes principales de una estructura e indispensables ya que estas transmiten todas sus cargas a las vigas y de las vigas son transmitidas a las columnas, en cuanto a la muestra se estudiará específicamente las losas armadas en dos direcciones.

- Población: Losas de concreto armado
- Muestra: Losas de concreto armadas en dos direcciones.

3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Fidias G. Arias (2006) define: “Las técnicas de recolección de datos son las distintas formas o maneras de obtener la información”.

Para el desarrollo de los objetivos propuestos fue necesario el empleo de la técnica de observación directa, el análisis documental, resumen analítico y crítico. A partir del análisis documental como punto de inicio en el estudio de las fuentes documentales, mediante una lectura general de los textos se iniciará la búsqueda y observación de hechos de interés para esta investigación.

La técnica de resumen analítico se incorporará para descubrir la estructura de los textos consultados y delimitar sus contenidos básicos en función de los datos que se precisan conocer. Mientras que la técnica de análisis crítico contiene l, introduce su evaluación interna centrada en el desarrollo lógico y la solidez de las ideas de los autores de la investigación. La aplicación de estas técnicas permitirá recolectar y procesar la información requerida para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

3.6 Fases metodológicas

Fase I: Análisis de distintas metodologías de diseño para losas armadas en dos direcciones. Se plantearon cuatro metodologías para el cálculo de losas en dos direcciones y se definieron los pasos básicos en el desarrollo de los procedimientos del cálculo cada losa, así como los posibles casos de aplicación de estos.

Fase II: Programación de hojas de cálculo en Mathcad para la aplicación de las metodologías. Se programaron las hojas de cálculo en Mathcad estableciendo las metodologías en estudio en función de variables referentes a configuraciones de carga y dimensiones de elementos estructurales. Se programaron estas hojas de cálculo donde se pudiera realizar de manera más sencilla y práctica el diseño de las losas.

Fase III: Aplicación de las distintas metodologías en losas armadas en dos

direcciones completamente apoyadas en vigas y con distintas longitudes de paño.

Se aplicaron las metodologías de diseño para la estimación de distribución de fuerzas y momentos en una primera parte donde se plantean 6 losas de concreto armadas en dos direcciones, con longitudes variables, y relaciones de luces comprendidas entre 1 y 2; y en la segunda parte, en una estructura aporticada de 4 niveles, con losas compuestas por paños con relaciones de luces iguales a 1 y 1,2.

Fase IV: Realización de comparación de los resultados obtenidos por cada método para cada losa estudiada. Se resumieron los resultados, expresándose estos mediante tablas de porcentaje y gráficas, considerando todos los casos de paños de losa estudiados, y la diferencia entre los resultados arrojados por métodos analíticos y los obtenidos por medio del uso de SAP2000.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1 Metodología de análisis para losas armadas en dos direcciones

En función a la teoría desarrollada en el Capítulo II puede realizarse una metodología para el cálculo de losas armadas en dos direcciones empleando los siguientes pasos:

- a) Determinación de espesor mínimo de losa, por medio de la expresión $t_{min} = \frac{C \cdot W \cdot L^2}{f_y}$, en función del perímetro del mayor paño de losa a estudiar.
- b) Se verifica que dicho espesor cumple con los criterios de rigidez establecidos en el Capítulo 8 del ACI 318-14.
- c) Se definen las cargas de servicio y cargas variables actuantes en la losa, según los parámetros establecidos en los Capítulos 4 y 5 de la Norma Venezolana de acciones mínimas COVENIN-MINDUR 2002-88, para el cálculo de cargas por peso de losas, revestimiento u otras cargas de servicio.
- d) Se mayoran las cargas empleando la expresión $W_u = 1.4W + 1.7L$.
- e) Se aplican los procedimientos establecidos por cada método estudiado, los cuales se describen a continuación:
 - a. Método de los Coeficientes
 - i. Se verifica el caso a estudiar por cada paño de losa, según sus condiciones de apoyo.
 - ii. Se define la relación de luces l_a/l_b .
 - iii. Según los resultados definidos en los pasos anteriores, se definen los coeficientes de momento para momentos positivos y negativos; así como también los coeficientes de corte.
 - iv. Se determinan los momentos para ambas direcciones según la expresión genérica: $M = C \cdot W \cdot l^2$.

- v. Para bordes discontinuos, el valor de momento disminuirá gradualmente desde el borde de la franja central hasta el borde de la losa a un tercio del valor del momento en la franja central.
- vi. Cálculo de corte a lo largo de cada longitud de estudio, utilizando las expresiones: V_a ————— y V_b —————.

b. Método Directo

- i. Se verifican las limitaciones del método, como se definen en el Capítulo II.
- ii. Se determinan los valores de rigidez relativa, de acuerdo con las dimensiones de las vigas y las losas en estudio, así como las condiciones de borde de estas.
- iii. Se calculan los Momentos Estáticos Totales, según la expresión ———, para cada franja de estudio.
- iv. Cálculo de la Constante de Torsión para todas las secciones de viga/losa en estudio, considerando distintas áreas de estudio, tomando el mayor valor obtenido dada esta condición.
- v. Definición de los valores de α , dada la expresión: ———.
- vi. Se distribuye el valor de M_o según la condición de apoyo en estudio, en momentos positivos y negativos, rigiéndose por los valores tabulados en la tabla 8.10.4.2 del ACI 318-14.
- vii. Se distribuyen los momentos obtenidos anteriormente en franjas de columnas, según las tablas 8.10.5.1, 8.10.5.2 y 8.10.5.5 del ACI 318-14, o mediante las expresiones matemáticas descritas en el Capítulo II.
- viii. Se determina el porcentaje de momento de franja de columna que corresponda a la viga, siendo el momento restante el resistido por la losa.

- ix. El momento restante no perteneciente a la franja de columna corresponderá a la franja central de la losa.
 - x. El momento de franja obtenido debe dividirse con el área tributaria correspondiente a las media franjas adyacentes.
 - xi. Cálculo de corte.
- c. Método de Pórtico Equivalente
- i. Se determinan los valores de rigidez relativa, de acuerdo con las dimensiones de las vigas y las losas en estudio, así como las condiciones de borde de estas.
 - ii. Se calcula la rigidez flexional de la viga placa (K_{sb}) con la expresión $\frac{E_s I_s}{L_s}$ siendo k_{sb} un valor obtenido con el anexo G.
 - iii. Se calcula la rigidez flexional de las columnas (K_c) con la expresión $\frac{E_c I_c}{L_c}$ siendo k_{sb} un valor obtenido con el anexo F.
 - iv. Cálculo de la Constante de Torsión para todas las secciones de viga/losa en estudio, considerando distintas áreas de estudio, tomando el mayor valor obtenido dada esta condición.
 - v. Cálculo de la rigidez torsional (K_t) del pórtico con la fórmula planteada en el Capítulo II.
 - vi. Se mayor la rigidez torsional debido a la presencia de vigas internas, para realizar la mayoración utilizamos la expresión $K_t + \frac{K_{sb} I_s}{L_s}$ siendo I_s la inercia de la franja de losa en estudio.
 - vii. Cálculo de la rigidez de la columna equivalente (K_{ec}) con la fórmula planteada en el Capítulo II cambiando K_t por K_{ta} debido a la presencia de vigas internas.

- viii. Se calculan los factores de distribución de momento en la viga-placa con las fórmulas descritas en el Capítulo II.
- ix. Se comprueba que la relación de las cargas sea menor a $3/4$ para saber cómo se cargarán los tramos, en el caso de que la relación sea menor solo se estudia un caso que sería cargando todos los tramos con W_u , en el caso de que sea mayor se deberá estudiar 4 casos, uno cargando todos los tramos con W_u , otro cargando dos con C_p y uno con $C_p + 3/4C_v$, otro caso cargando el primer y último tramo con $C_p + 3/4C_v$ y cargando el tramo central con C_p , el último caso se estudian solo los primeros dos tramos cargando el primero con $C_p + 3/4C_v$ y el segundo con C_p .
- x. Cálculo del momento de empotramiento con la expresión

$$M_{em} = \frac{W_u l_1^2}{24} \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2$$
 siendo l_2 el ancho de la franja, l_1 la longitud de la misma y mnf un valor obtenido con el anexo G.
- xi. Se realiza la distribución de momentos utilizando la expresión

$$M_{dist} = \frac{M_{em}}{1 + \frac{2l_1}{l_2}}$$
 siendo CC un valor obtenido con el anexo G.
- xii. Los momentos obtenidos con la distribución se restarán con los momentos de diseño calculados con la siguiente expresión

$$M_{neg} = M_{em} - M_{dist}$$
 , obteniendo los momentos negativos.
- xiii. Se calculan los momentos positivos con la siguiente expresión

$$M_{pos} = M_{em} + M_{dist}$$
- xiv. Reducción de los momentos negativos debido a que es necesario su estudio desde la cara de la columna y no desde el eje de esta.
- xv. Se distribuyen los momentos obtenidos anteriormente en franjas de columnas, según las tablas 8.10.5.1, 8.10.5.2 y 8.10.5.5 del ACI 318-14, o mediante las expresiones matemáticas descritas en el Capítulo II en el método directo.

- xvi. Se determina el porcentaje de momento de franja de columna que corresponda a la viga, siendo el momento restante el resistido por la losa.
- xvii. El momento restante no perteneciente a la franja de columna corresponderá a la franja central de la losa.
- xviii. El momento de franja obtenido debe dividirse con el área tributaria correspondiente a las media franjas adyacentes.
- xix. Cálculo de corte.

4.2 Ejercicios de análisis para losas armadas en dos direcciones aplicando las metodologías de cálculo

4.2.1 Parte 1

Para el análisis se plantean seis casos de losas compuestas de paños de dimensiones iguales, con vigas entre todos los apoyos; cuyas relaciones de luces varían entre 1 y 2.

Datos: $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$	CP = 360	$w_{dl} = 432 \text{ Kg}$	—————
$F_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$	CV = 300	$w_{ll} = 480 \text{ Kg}$	$h = 15 \text{ cm}$
Vigas 30 x 45 cm		$w = 912 \text{ Kg}$	

Caso 2: todos los bordes de losas continuos

Caso 4: dos bordes consecutivos de losa continuos

Caso 8: solo un borde discontinuo (borde en longitud larga)

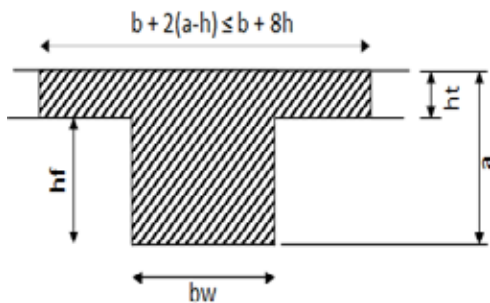
Caso 9: solo un borde discontinuo (borde en longitud corta)

4.2.1.1 Método Directo

A continuación, se presenta un ejemplo de cálculo para una losa compuesta por paños con una relación de luces de 1.4. (Todos los momentos se expresan en Kgm).

Cálculo de Áreas para determinar momentos de inercia (Unidad: cm)

Para vigas Internas



$$f'_{cb} := 250 \quad E_{cb} := 15100 \sqrt{f'_{cb}} = 2.388 \cdot 10^5$$

$$f'_{cs} := 250 \quad E_{cs} := 15100 \sqrt{f'_{cs}} = 2.388 \cdot 10^5$$

$$ht := 15 \quad hf := 30 \quad l1 := bw + 2 \cdot hf = 90$$

$$bw := 30 \quad a := ht + hf = 45$$

$$A1 := l1 \cdot ht = 1.35 \cdot 10^3$$

$$A2 := bw \cdot hf = 900$$

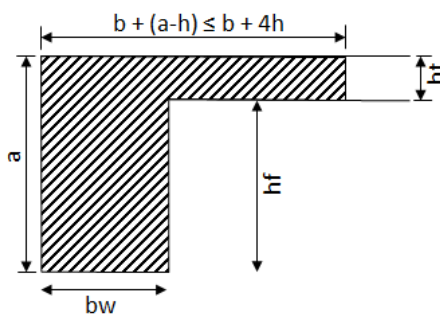
$$M := A1 \cdot \left(hf + \frac{ht}{2} \right) + A2 \cdot \frac{hf}{2} = 6.413 \cdot 10^4$$

$$Yg := \frac{M}{At} = 28.5$$

$$I1 := \frac{l1 \cdot (ht)^3}{12} + A1 \cdot \left(a - Yg - \frac{ht}{2} \right)^2 = 1.347 \cdot 10^5$$

$$I2 := \frac{bw \cdot hf^3}{12} + A2 \cdot \left(Yg - \frac{hf}{2} \right)^2 = 2.315 \cdot 10^5$$

Para vigas de borde



$$a := ht + hf = 50 \quad hf := 30 \quad ht := 15$$

$$l2 := hf = 30 \quad bw := 30$$

$$A1 := l2 \cdot ht = 450$$

$$A2 := bw \cdot a = 1.35 \cdot 10^3$$

$$At := A1 + A2 = 1.8 \cdot 10^3$$

$$M := A1 \cdot \left(hf + \frac{ht}{2} \right) + A2 \cdot \frac{hf}{2} = 3.713 \cdot 10^4$$

$$Yg := \frac{M}{At} = 20.625$$

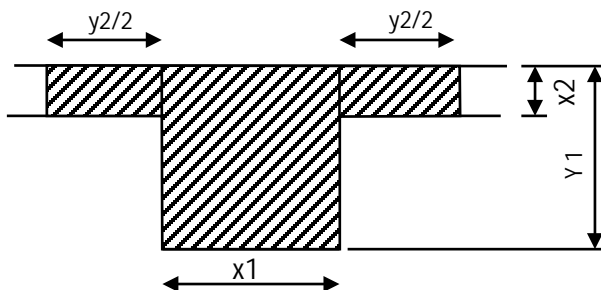
$$I1 := \frac{l1 \cdot (ht)^3}{12} + A1 \cdot \left(a - Yg - \frac{ht}{2} \right)^2 = 1.535 \cdot 10^5$$

$$I_2 := \frac{bw \cdot hf^3}{12} + A_2 \cdot \left(Yg - \frac{hf}{2} \right)^2 = 1.102 \cdot 10^5$$

Cálculo de Constante de Torsión C (Unidad: cm)

Vigas Internas

Caso 1

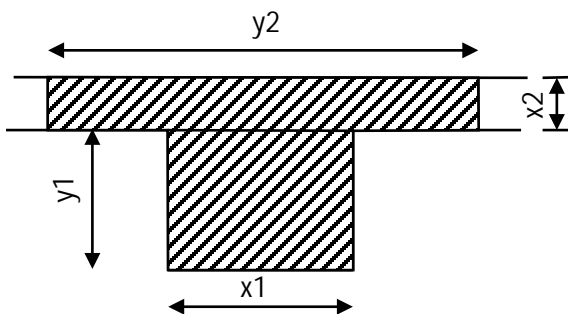


$$\begin{aligned} x1 &:= 30 & x2 &:= 15 \\ y1 &:= 45 & y2 &:= 30 \end{aligned}$$

Tomar el mayor valor de C

$$C1 := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1} \right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3} \right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2} \right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2} \right) \cdot 2 = 3.043 \cdot 10^5$$

Caso 2

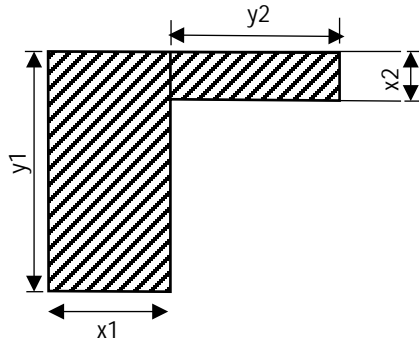


$$\begin{aligned} x1 &:= 30 & x2 &:= 15 \\ y1 &:= 30 & y2 &:= 90 \end{aligned}$$

$$C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1} \right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3} \right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2} \right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2} \right) = 2.358 \cdot 10^5$$

Vigas de Borde

Caso 1

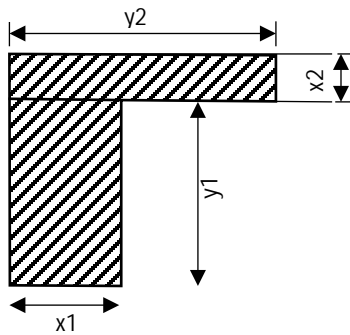


$$\begin{aligned} x1 &:= 30 & x2 &:= 15 \\ y1 &:= 45 & y2 &:= 30 \end{aligned}$$

Tomar el mayor valor de C

$$C2 := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1}\right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3}\right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2}\right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2}\right) = 2.696 \cdot 10^5$$

Caso 2



$$\begin{aligned} x1 &:= 30 & x2 &:= 15 \\ y1 &:= 30 & y2 &:= 60 \end{aligned}$$

$$C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1}\right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3}\right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2}\right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2}\right) = 1.852 \cdot 10^5$$

Ejemplo de cálculo para un paño de losa con dimensiones de 5.5x3.95 m, con dos lados consecutivos continuos (Caso 4)

Revisión de limitaciones (Paño de losa de 3.95x5.5m)

a) Mínimo de 3 paños continuos: Cumple

b) Relación de Luces no mayor a dos:

$$La := 5.5$$

$$Lb := 3.95$$

$$m := \frac{La}{Lb} = 1.392$$

Cumple

c) Longitud de claros sucesivos no difiere más de la tercera parte del mayor de ellos

Eje Y

Longitudes:

$$l1 := 3.95 \text{ m}$$

$$l12 := 3.95 \text{ m}$$

$$l12 - l1 = 0$$

$$\frac{l12}{3} = 1.317$$

Eje X

Longitudes:

$$l2 := 5.5$$

$$l22 := 5.5 \text{ m}$$

$$l22 - l2 = 0$$

$$\frac{l2}{3} = 1.833$$

Cumple

d) Alineación de columnas: no existen columnas fuera de ejes

e) Cargas verticales uniformemente distribuidas:

$$CV \leq 3 CP$$

$$CV := 360$$

$$CP := 300$$

Cumple

a) Rigidez relativa del tablero (CASO 4)

Vigas interiores

Momento de inercia total respecto al eje centroidal de una sección formada por la viga y la losa a cada lado de la viga (Para todas las vigas)

$$Ib1 := I1 + I2 = 3.662 \cdot 10^5$$

Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Vigas de 3.95 metros)

$$I_{s1} := \frac{(550) \cdot ht^3}{12} = 1.547 \cdot 10^5$$

$$\alpha_1 := \frac{E_{cb} \cdot I_{b1}}{E_{cs} \cdot I_{s1}} = 2.367$$

Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Vigas de 5.5 metros)

$$I_{s2} := \frac{395 \cdot ht^3}{12} = 1.111 \cdot 10^5$$

$$\alpha_2 := \frac{E_{cb} \cdot I_{b1}}{E_{cs} \cdot I_{s2}} = 3.296$$

Vigas de borde

Momento de inercia total respecto al eje centroidal de una sección formada por la viga y la losa a cada lado de la viga (Para todas las vigas)

$$I_{b2} := I_1 + I_2 = 2.637 \cdot 10^5$$

Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Vigas de 3.95 metros)

$$I_{s4} := \frac{\left(\frac{550}{2} + \frac{bw}{2}\right) \cdot ht^3}{12} = 8.156 \cdot 10^4$$

$$\alpha_4 := \frac{E_{cb} \cdot I_{b2}}{E_{cs} \cdot I_{s4}} = 3.233$$

Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Vigas de 5 metros)

$$I_{s5} := \frac{\left(\frac{395}{2} + \frac{bw}{2}\right) \cdot ht^3}{12} = 5.977 \cdot 10^4$$

$$\alpha_5 := \frac{E_{cb} \cdot I_{b2}}{E_{cs} \cdot I_{s5}} = 4.412$$

$$\alpha_{fm} := \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5}{4} = 3.327$$

b) Verificación de espesor de losa

De acuerdo con la sección 8 del Código ACI 318-14 (Ver Anexo E)

Se determinará si el espesor mínimo de la losa satisface lo establecido según la condición:

$$\alpha_{fm} > 2.0 \quad \alpha_{fm} = 3.327$$

$$col := 45$$

$$l_n := 550 - col = 505$$

$$l := 395 - col = 350$$

$$\beta := \frac{l_n}{l} = 1.443$$

$$f_y := 4200$$

$$h := \frac{l_n \cdot \left(0.8 + \frac{f_y}{14000}\right)}{36 + 9 \beta} = 11.34 \text{ cm} < 15 \text{ cm}$$

$$h := 9 \text{ cm} < 15 \text{ cm Cumple}$$

c) Determinación de Momentos Estáticos Totales

$$l := 3.95$$

$$lc1 := 5.5$$

$$lc2 := 5.5$$

$$W_u = 912$$

Eje A

$$M_o := \frac{W_u \cdot \left(\frac{lc1}{2} + \frac{bw}{2}\right) \cdot \left(l - \frac{bw}{100}\right)^2}{8} = 4.404 \cdot 10^3$$

Eje B

$$M_o := \frac{W_u \cdot \left(\frac{lc1}{2} + \frac{lc2}{2} \right) \cdot \left(l - \frac{bw}{100} \right)^2}{8} = 8.353 \cdot 10^3$$

Eje 1 tramo A-B

$$M_o := \frac{W_u \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{bw}{100} \right) \cdot \left(lc1 - \frac{bw}{100} \right)^2}{8} = 6.55 \cdot 10^3$$

Eje 2 tramo A-B

$$M_o := \frac{W_u \cdot (l) \cdot \left(lc1 - \frac{bw}{100} \right)^2}{8} = 1.218 \cdot 10^4$$

i) βt

Cálculo de βt

Ejes A y D

Tramos 1-2, 3-4

$$\beta t := \frac{E_{cb} \cdot C2}{2 \cdot E_{cs} \cdot I_{s4}} = 2.143$$

Ejes B y C

Tramos 1-2, 3-4

$$\beta t := \frac{E_{cb} \cdot C1}{2 \cdot E_{cs} \cdot I_{s1}} = 0.983$$

Eje 1 y 4

Tramos A-B, C-D

$$\beta t := \frac{E_{cb} \cdot C2}{2 \cdot E_{cs} \cdot I_{s5}} = 2.924$$

Ejes 2 y 3

Tramos A-B, C-D

$$\beta t := \frac{E_{cb} \cdot C1}{2 \cdot E_{cs} \cdot I_{s2}} = 1.369$$

Distribución de Mo:

Eje B y C: Mo = 8353

Momento Negativo Interior = 0.70Mo = 5847 Kgm

Momento Positivo = 0.57Mo = 4761 Kgm

Momento Negativo Exterior = 0.16Mo = 1336 Kgm

Momentos en Franjas de Columna:

Cálculo de Porcentajes de momentos pertenecientes a Franjas de Columna

Negativo Interior:

— —

Positivo:

— —

Negativo Exterior:

— — =92%

Momento negativo interior en franja de columna

$$8547 \text{ Kgm} \cdot 0.63 = 3697 \text{ Kgm}$$

$$85\% \text{ asignable a viga} = 3142 \text{ Kgm}$$

$$\text{En losa} = (3697 - 3142) \text{ Kgm} = 555 \text{ Kgm}$$

Momento positivo en franja de columna:

$$4761 \text{ Kgm} \cdot 0.63 = 3010 \text{ Kgm}$$

$$85\% \text{ asignable a viga} = 2559 \text{ Kgm}$$

$$\text{En losa} = (3010 - 2559) \text{ Kgm} = 452 \text{ Kgm}$$

Momento negativo exterior en franja de columna

$$1336 \text{ Kgm} \cdot 0.92 = 1224 \text{ Kgm}$$

$$85\% \text{ asignable a viga} = 1041$$

$$\text{En losa} = (1224 - 1041) \text{ Kgm} = 184 \text{ Kgm}$$

Momentos en dos Franja central

$$\text{Positivo} = 637 \text{ Kgm}$$

$$\text{Negativo interior} = 782 \text{ Kgm}$$

$$\text{Negativo exterior} = 41 \text{ Kgm}$$

Eje	Mo	Tramo			Momentos en Franja de Columna		Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y D	3355	1-2	Mneg int	2349	1497	264	587
			Mpos	1912	1219	215	478
			Mneg ext	537	401	71	65
		2-3	Mneg	2181	1390	245	545
			Mpos	0	749	132	294
B y C	6243	1-2	Mneg int	4370	2786	492	546
			Mpos	3559	2269	400	445
			Mneg ext	999	782	138	39
		2-3	Mneg	4058	2587	457	507
			Mpos	2185	1393	246	273
1 y 4	3355	A-B	Mneg int	2349	1497	264	587
			Mpos	1912	1219	215	478
			Mneg ext	537	401	71	65
		B-C	Mneg	2181	1390	245	545
			Mpos	0	749	132	294
2 y 3	6243	A-B	Mneg int	4370	2786	492	546
			Mpos	3559	2269	400	445
			Mneg ext	999	782	138	39
		B-C	Mneg	4058	2587	457	507
			Mpos	2185	1393	246	273

Tabla 1. Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con

$$l_2/l_1=1$$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Eje	Mo	Tramo			Momentos en Franja de Columna		Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y D	4478	1-2	Mneg int	3135	1835	324	976
			Mpos	2552	1494	264	795
			Mneg ext	716	534	94	88
		2-3	Mneg	2911	1704	301	907
			Mpos	1567	917	162	488
B y C	8449	1-2	Mneg int	5914	3461	611	737
			Mpos	4816	2819	497	600
			Mneg ext	1352	1059	187	42
		2-3	Mneg	5492	3214	567	684
			Mpos	2957	1731	305	368
1 y 4	5603	A-B	Mneg int	3922	2670	471	780
			Mpos	3194	2174	384	636
			Mneg ext	896	690	122	84
		B-C	Mneg	3642	2480	438	725
			Mpos	1961	1335	236	390
2 y 3	10450	A-B	Mneg int	7315	4980	879	702
			Mpos	5957	4055	716	571
			Mneg ext	1672	1335	236	49
		B-C	Mneg	6793	4625	816	651
			Mpos	3658	2490	439	351

Tabla 2. **Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.2$**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Eje	Mo	Tramo			Momentos en Franja de Columna		Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y D	4404	1-2	Mneg int	3083	1657	292	1134
			Mpos	2510	1349	238	923
			Mneg ext	705	520	92	93
		2-3	Mneg	2863	1538	271	1053
			Mpos	1541	828	146	567
B y C	8353	1-2	Mneg int	5847	3142	555	782
			Mpos	4761	2559	452	637
			Mneg ext	1336	1041	184	41
		2-3	Mneg	5429	2918	515	726
			Mpos	2924	1571	277	391
1 y 4	6550	A-B	Mneg int	4585	3252	574	759
			Mpos	3734	2648	467	618
			Mneg ext	1048	818	144	85
		B-C	Mneg	4258	3020	533	704
			Mpos	2293	1626	287	379
2 y 3	12180	A-B	Mneg int	8526	6048	1067	714
			Mpos	6943	4925	869	582
			Mneg ext	1949	1569	277	52
		B-C	Mneg	7917	5616	991	663
			Mpos	4263	3024	534	357

Tabla 3. **Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.4$**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Eje	Mo	Tramo			Momentos en Franja de Columna		Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y D	4274	1-2	Mneg int	2992	1450	256	1286
			Mpos	2436	1180	208	1048
			Mneg ext	684	498	88	98
		2-3	Mneg	2778	1346	238	1195
			Mpos	1496	725	128	643
B y C	8141	1-2	Mneg int	5699	2761	487	817
			Mpos	4640	2248	397	665
			Mneg ext	1303	1008	178	39
		2-3	Mneg	5292	2564	452	758
			Mpos	2849	1381	244	408
1 y 4	7500	A-B	Mneg int	5250	3849	679	722
			Mpos	4275	3134	553	588
			Mneg ext	1200	948	167	85
		B-C	Mneg	4875	3574	631	670
			Mpos	2625	1924	340	361
2 y 3	13890	A-B	Mneg int	9723	7128	1258	713
			Mpos	7917	5804	1024	581
			Mneg ext	2222	1802	318	55
		B-C	Mneg	9029	6619	1168	662
			Mpos	4862	3564	629	357

Tabla 4. **Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.6$**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Eje	Mo	Tramo	Momentos en Franja de Columna				Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y D	4221	1-2	Mneg int	2955	1277	225	1453
			Mpos	2406	1040	183	1183
			Mneg ext	675	487	86	102
		2-3	Mneg	2744	1185	209	1349
			Mpos	1477	638	113	726
B y C	8069	1-2	Mneg int	5648	2441	431	854
			Mpos	4599	1987	351	696
			Mneg ext	1291	994	175	37
		2-3	Mneg	5245	2266	400	793
			Mpos	2824	1220	215	427
1 y 4	8545	A-B	Mneg int	5982	4494	793	695
			Mpos	4871	3659	646	566
			Mneg ext	1367	1090	192	85
		B-C	Mneg	5554	4173	736	645
			Mpos	2991	2247	397	347
2 y 3	15750	A-B	Mneg int	11046	8299	1464	713
			Mpos	8995	6757	1192	580
			Mneg ext	2525	2059	363	57
		B-C	Mneg	10238	7691	1357	661
			Mpos	5513	4141	731	356

Tabla 5. **Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=1.8$**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Eje	Mo	Tramo			Momentos en Franja de Columna		Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y D	4261	1-2	Mneg int	2983	1141	201	1640
			Mpos	2429	929	164	1336
			Mneg ext	682	474	84	124
		2-3	Mneg	2770	1059	187	1523
			Mpos	1491	570	101	820
B y C	8172	1-2	Mneg int	5720	2188	386	899
			Mpos	4658	1782	314	732
			Mneg ext	1308	984	174	43
		2-3	Mneg	5312	2032	359	835
			Mpos	2860	1094	193	449
1 y 4	13910	A-B	Mneg int	9737	7449	1314	974
			Mpos	7929	6065	1070	793
			Mneg ext	2226	1794	317	115
		B-C	Mneg	6320	4835	853	632
			Mpos	3403	2603	459	340
2 y 3	17910	A-B	Mneg int	12537	9591	1692	716
			Mpos	10209	7810	1378	583
			Mneg ext	2866	2354	415	55
		B-C	Mneg	11642	8906	1572	665
			Mpos	6269	4795	846	358

Tabla 6. Distribución de Momentos para todos los casos, en un paño de losa con $l_2/l_1=2$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

4.2.1.2 Método de los Coeficientes:

Ejemplo de cálculo para paño de losa con dos bordes continuos (Caso 4) y relación de luces igual a 1.2

$$l_a = 4.15 \text{ m} \quad l_a/l_b = 0.83$$

$$l_b = 5 \text{ m}$$

Coefficientes de momentos:

$$C_{a, neg} = 0.066 \quad C_{b, neg} = 0.040 \quad (\text{Ver Anexo A})$$

$$C_{a, pos, dl} = 0.036 \quad C_{b, pos, dl} = 0.019 \quad (\text{Ver Anexo B})$$

$$C_{a, pos, ll} = 0.043 \quad C_{b, pos, ll} = 0.023 \quad (\text{Ver Anexo C})$$

Momentos negativos:

$$M_{a, neg} = C_{a, neg} \cdot w \cdot l_a^2 = 1036.66 \text{ Kgm}$$

$$M_{b, neg} = C_{a, neg} \cdot w \cdot l_b^2 = 912 \text{ Kgm}$$

Momentos positivos:

$$M_{a, pos, dl} = C_{a, neg} \cdot w_{dl} \cdot l_a^2 = 267.84 \text{ Kgm}$$

$$M_{b, pos, dl} = C_{a, neg} \cdot w_{dl} \cdot l_b^2 = 205.20 \text{ Kgm}$$

$$M_{a, pos, ll} = C_{a, neg} \cdot w_{ll} \cdot l_a^2 = 355.47 \text{ Kgm}$$

$$M_{b, pos, ll} = C_{a, neg} \cdot w_{ll} \cdot l_b^2 = 276 \text{ Kgm}$$

$$M_{a, pos} = M_{a, pos, dl} + M_{a, pos, ll} = 623.32 \text{ Kgm}$$

$$M_{b, pos} = M_{b, pos, dl} + M_{b, pos, ll} = 481.20 \text{ Kgm}$$

Caso 2

Caso	m	Ma neg Kgm	Mb neg kgm	Maposdl Kgm	Mbposdl kgm	Maposl I kgm	Mbposll kgm	Ma pos kgm	Mb pos kgm
2	1.00	656.64	656.64	124.42	124.42	207.36	207.36	331.78	331.78
	0.83	942.42	706.80	178.56	129.60	305.87	228.00	484.43	357.60
	0.72	1052.98	469.00	202.21	91.48	366.97	174.24	569.18	265.72
	0.63	1038.83	328.32	206.55	62.21	391.50	120.96	598.05	183.17
	0.55	992.84	269.72	195.96	54.76	385.69	121.68	581.64	176.44
	0.50	960.79	268.13	195.80	42.34	388.08	94.08	583.88	136.42

Tabla 7. Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Caso 4

Caso	m	Maneg	Mbneg	Maposdl	Mbposdl	Maposll	Mbposll	Ma pos	Mb pos
		Kgm	kgm	kgm	kgm	kgm	kgm	kgm	kgm
4	1.00	729.60	729.60	186.62	186.62	245.76	245.76	432.38	432.38
	0.83	1036.66	912.00	267.84	205.20	355.47	276.00	623.32	481.20
	0.72	1152.59	524.17	202.21	143.75	426.88	203.28	629.09	347.03
	0.63	1141.43	361.15	321.98	108.86	452.25	155.52	774.23	264.38
	0.55	1087.40	308.26	313.53	91.26	447.90	141.96	761.43	233.22
	0.50	1050.17	268.13	312.23	84.67	452.76	117.60	764.99	202.27

Tabla 8. Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 4

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Caso 8

Caso	m	Ma neg	Mb neg	Maposdl	Mbposdl	Maposll	Mbposll	Ma pos	Mb pos
		kgm	kgm	kgm	kgm	kgm	kgm	kgm	kgm
8	1.00	481.54	890.11	138.24	158.98	215.04	230.40	353.28	389.38
	0.83	769.64	1048.80	215.76	183.60	330.67	264.00	546.44	447.60
	0.72	967.60	800.05	148.29	143.75	404.42	203.28	552.70	347.03
	0.63	1026.00	590.98	291.60	108.86	438.75	155.52	730.35	264.38
	0.55	1004.66	539.45	291.13	91.26	435.46	141.96	726.59	233.22
	0.50	994.31	446.88	296.35	84.67	446.88	117.60	743.23	202.27

Tabla 9. Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Caso 9

Caso	m	Ma neg kgm	Mb neg kgm	Maposdl kgm	Mbposdl kgm	Maposll kgm	Mbposll kgm	Ma pos kgm	Mb pos kgm
9	1.00	890.11	481.54	158.98	138.24	230.40	215.04	389.38	353.28
	0.83	1130.90	478.80	208.32	140.40	322.41	240.00	530.73	380.40
	0.72	1152.59	303.47	161.77	78.41	374.46	159.72	536.23	238.13
	0.63	1090.13	196.99	218.70	62.21	398.25	120.96	616.95	183.17
	0.55	1016.48	192.66	207.15	54.76	391.91	121.68	599.06	176.44
	0.50	983.14	134.06	201.10	42.34	393.96	94.08	595.06	136.42

Tabla 10. Momentos por Método de los Coeficientes en una losa para distintas relaciones de luces, Caso 9

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

5.2.1.3 SAP 2000

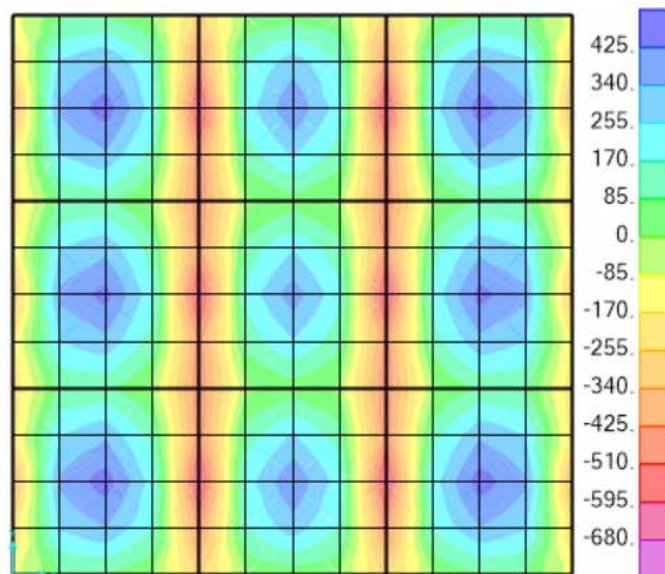


Figura 30. Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

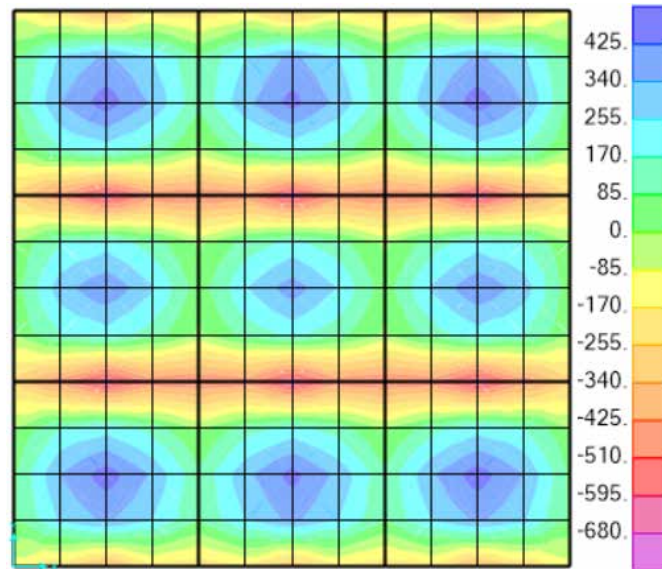


Figura 31. Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

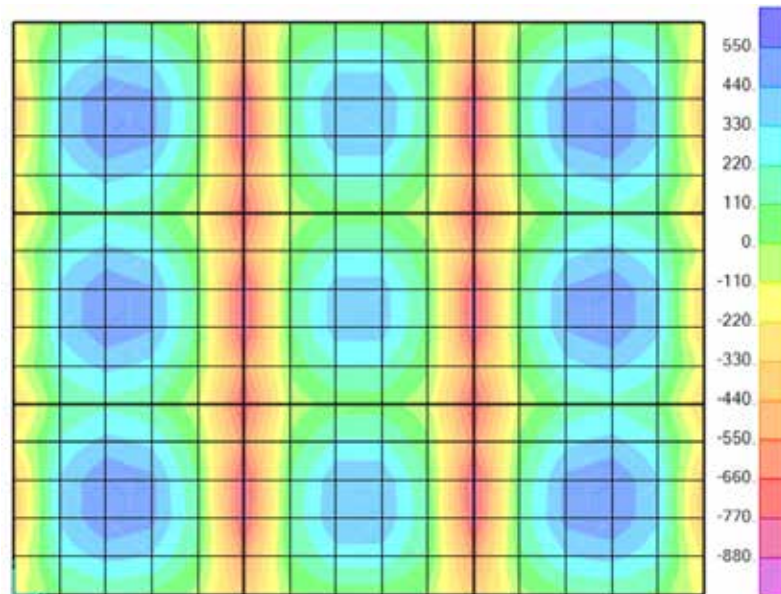


Figura 32. Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.2$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

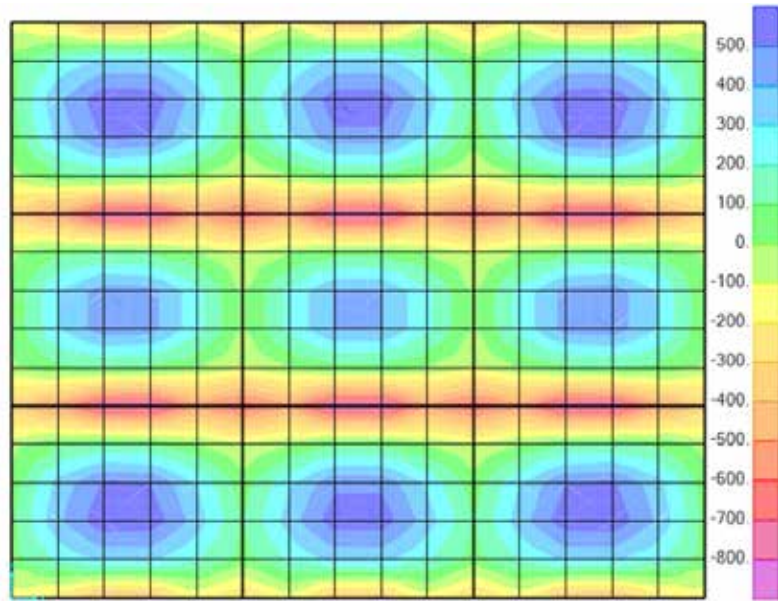


Figura 33. Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.2$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

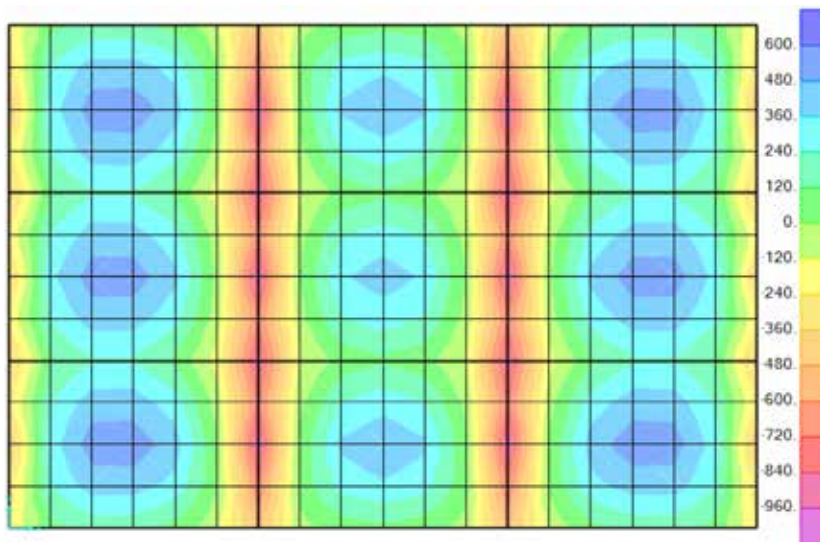


Figura 34. Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.4$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

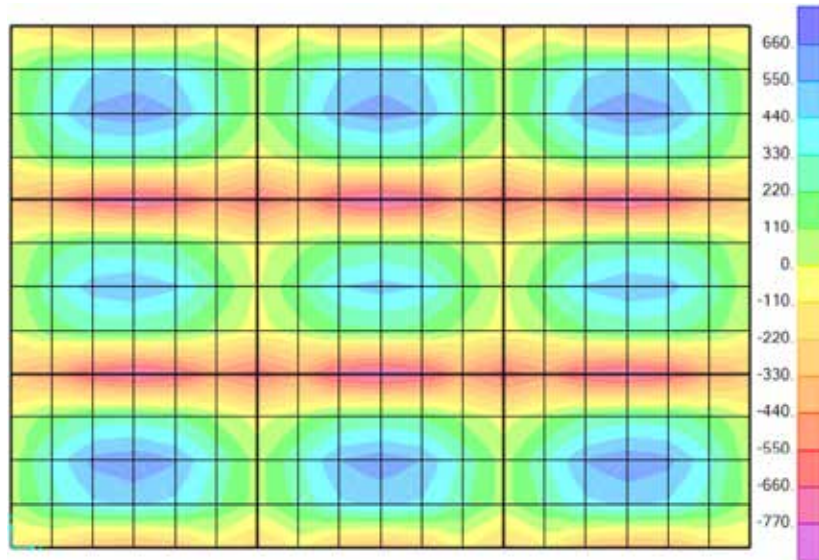


Figura 35. Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.4$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

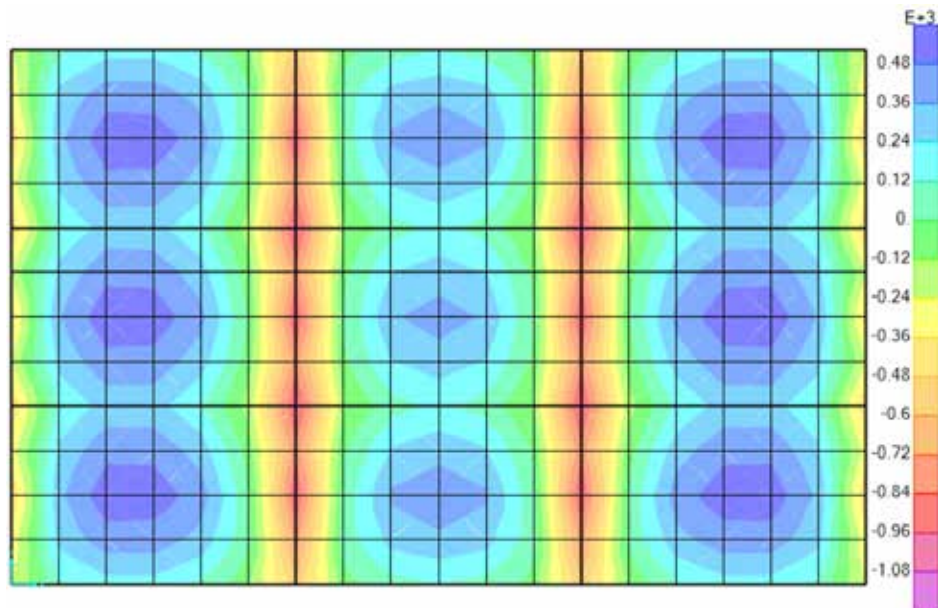


Figura 36. Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.6$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

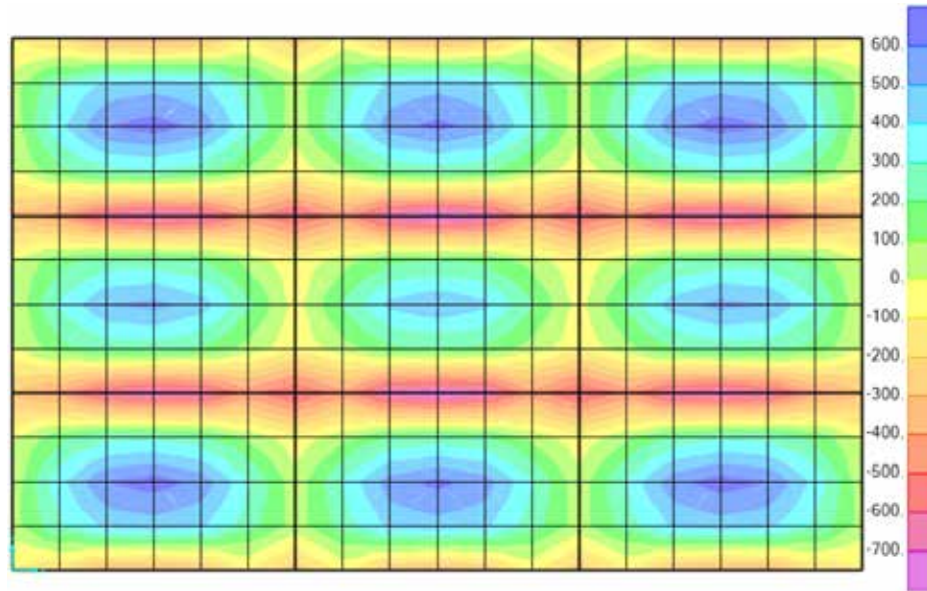


Figura 37. Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.6$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

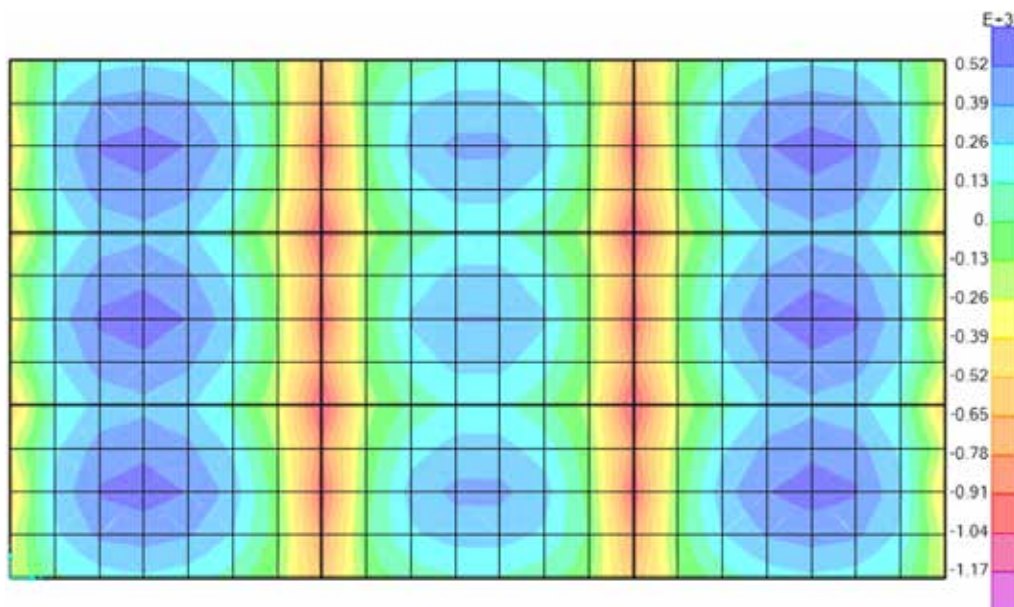


Figura 38. Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=1.8$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

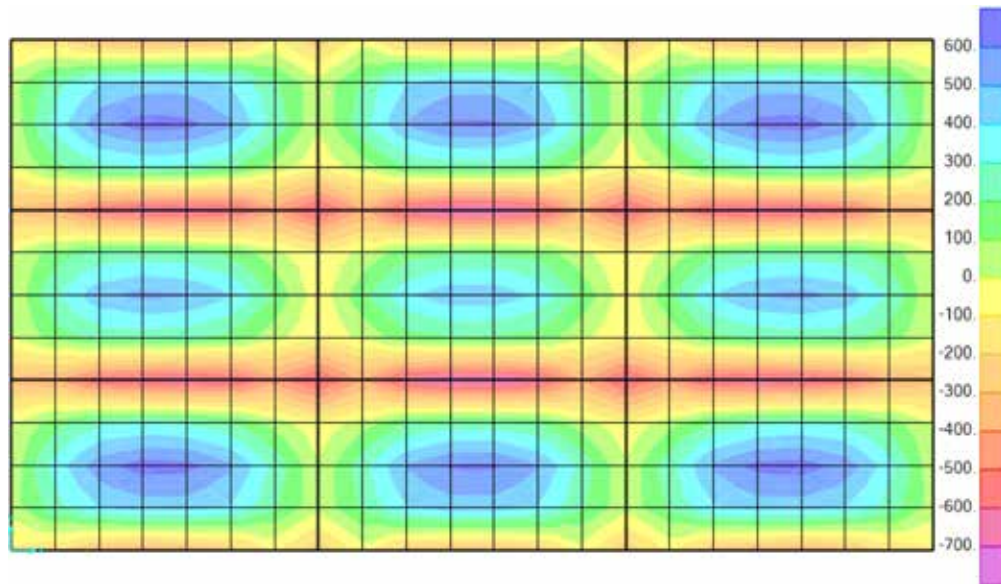


Figura 39. Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=1.8$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

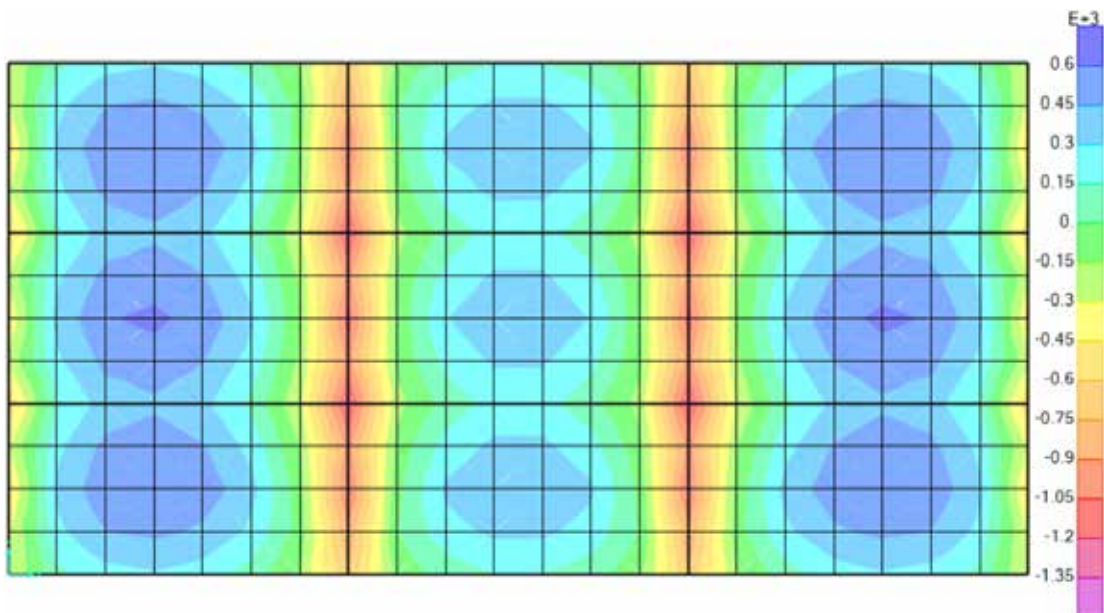


Figura 40. Mapa de distribución de momentos en dirección corta, en paños con $l_b/l_a=2$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

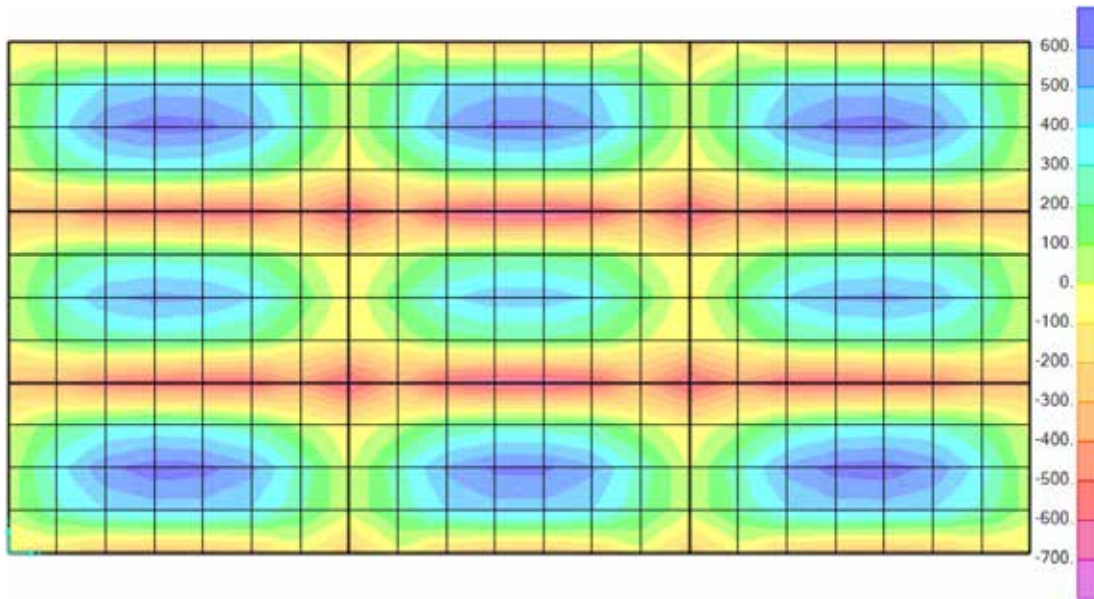


Figura 41. Mapa de distribución de momentos en dirección larga, en paños con $l_b/l_a=2$

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

4.2.1.4 Resumen de resultados parte 1

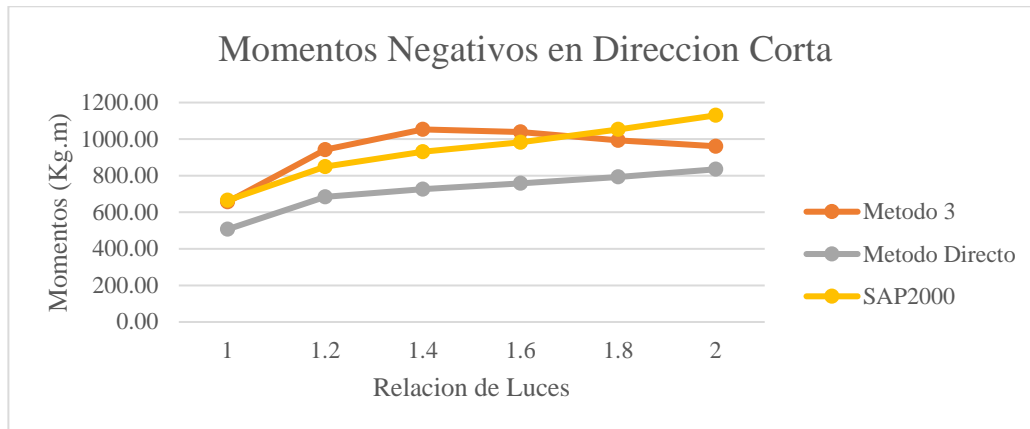
Caso 2

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000		
1	656.64	507.00	665.38	Momentos Negativos en Dirección Corta	CASO 2
1.2	942.42	684.00	849.49		
1.4	1052.98	726.00	930.79		
1.6	1038.83	758.00	982.65		
1.8	992.84	793.00	1053.09		
2	960.79	835.00	1130.17		
1	656.64	507.00	665.38	Momentos Negativos en Dirección Larga	
1.2	706.80	651.00	787.49		
1.4	469.00	663.00	819.42		
1.6	328.32	662.00	782.49		
1.8	269.72	661.00	727.60		
2	268.13	665.00	692.46		

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000	
1	331.78	273.00	389.84	Momentos Positivos en Dirección Corta
1.2	484.43	368.00	387.09	
1.4	501.78	391.00	421.90	
1.6	598.05	408.00	418.21	
1.8	581.64	427.00	399.97	
2	583.88	449.00	415.46	
1	331.78	273.00	389.84	Momentos Positivos en Dirección Larga
1.2	357.60	351.00	407.24	
1.4	265.72	357.00	497.40	
1.6	183.17	357.00	492.85	
1.8	176.44	356.00	471.02	
2	136.42	358.00	466.40	

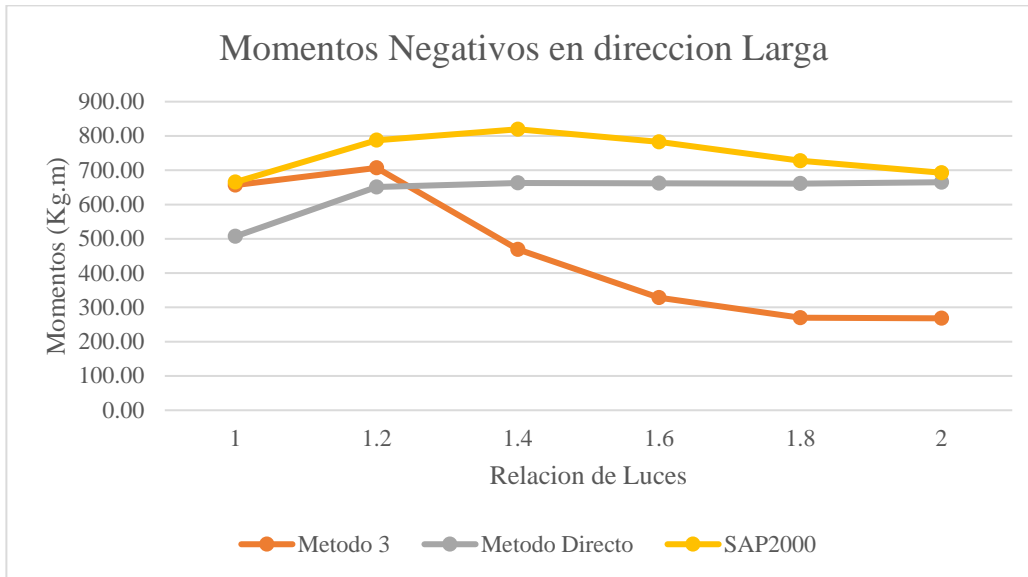
Tabla 11. Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



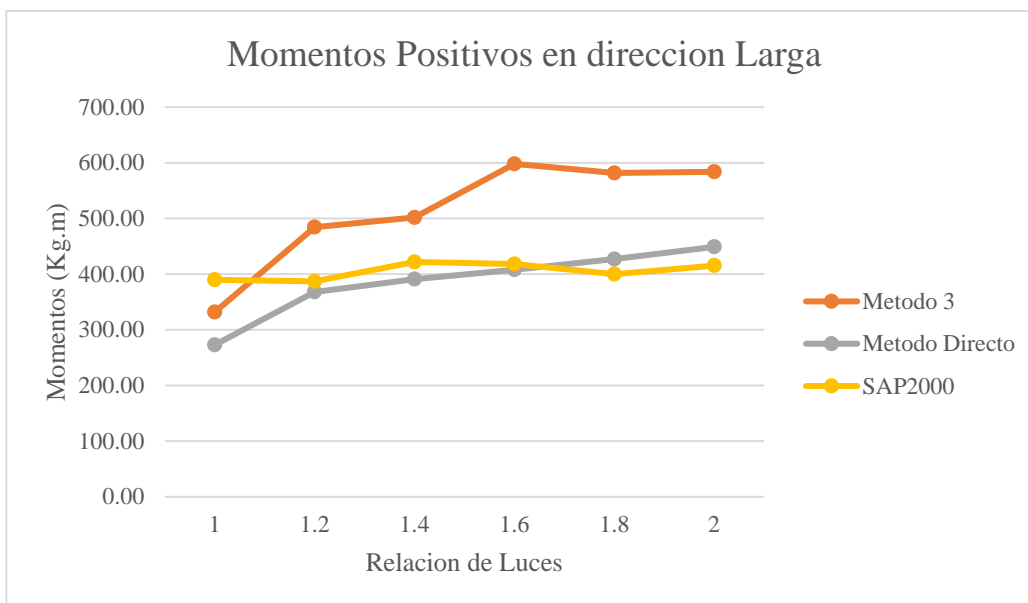
Grafica 1. Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



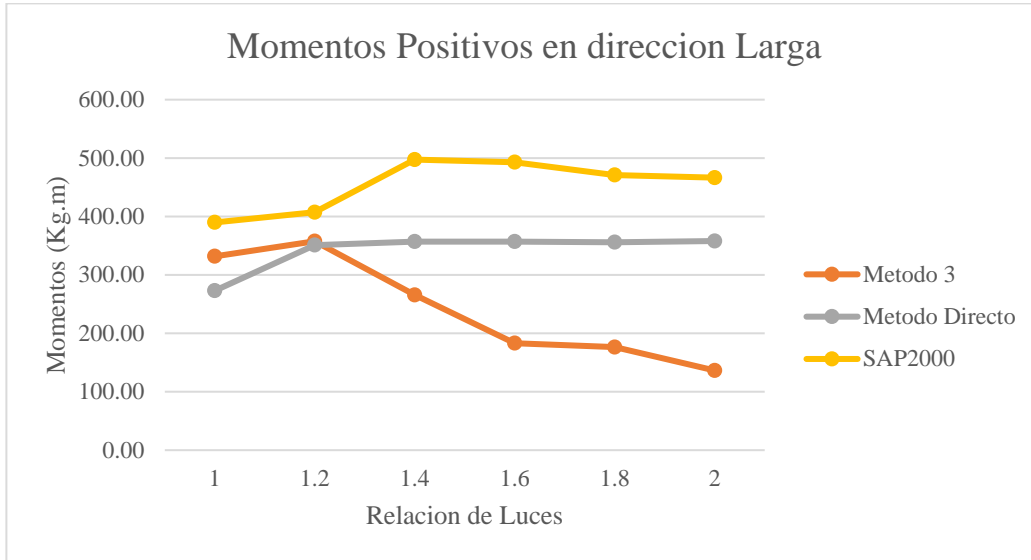
Grafica 2. Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 3. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 4. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

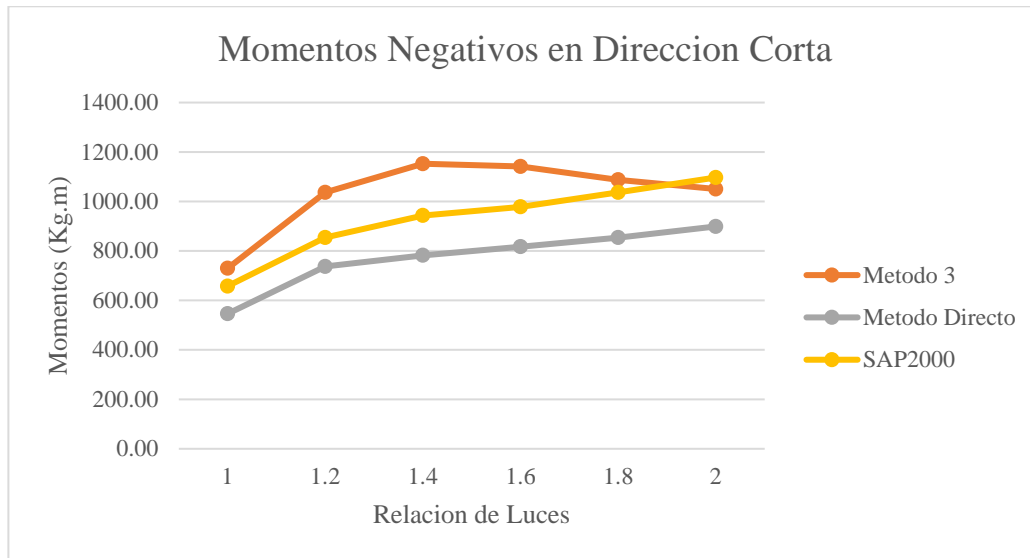
Caso 4

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000		
1	729.60	546.00	657.73	Momentos Negativos en Dirección Corta	CASO 4
1.2	1036.66	737.00	854.33		
1.4	1152.59	782.00	943.18		
1.6	1141.43	817.00	978.05		
1.8	1087.40	854.00	1036.60		
2	1050.17	899.00	1096.93		
1	729.60	546.00	661.41	Momentos Negativos en Dirección Larga	
1.2	912.00	702.00	799.28		
1.4	524.17	714.00	776.30		
1.6	361.15	713.00	723.52		
1.8	308.26	713.00	642.05		
2	268.13	716.00	592.53		

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000	
1	432.38	445.00	472.02	Momentos Positivos en Dirección Corta
1.2	623.32	600.00	511.59	
1.4	629.09	637.00	553.53	
1.6	774.23	665.00	553.68	
1.8	761.43	696.00	544.73	
2	764.99	732.00	569.53	
1	432.38	445.00	472.98	Momentos Positivos en Dirección Larga
1.2	481.20	571.00	514.95	
1.4	347.03	582.00	645.43	
1.6	264.38	581.00	654.87	
1.8	233.22	580.00	643.11	
2	202.27	583.00	653.24	

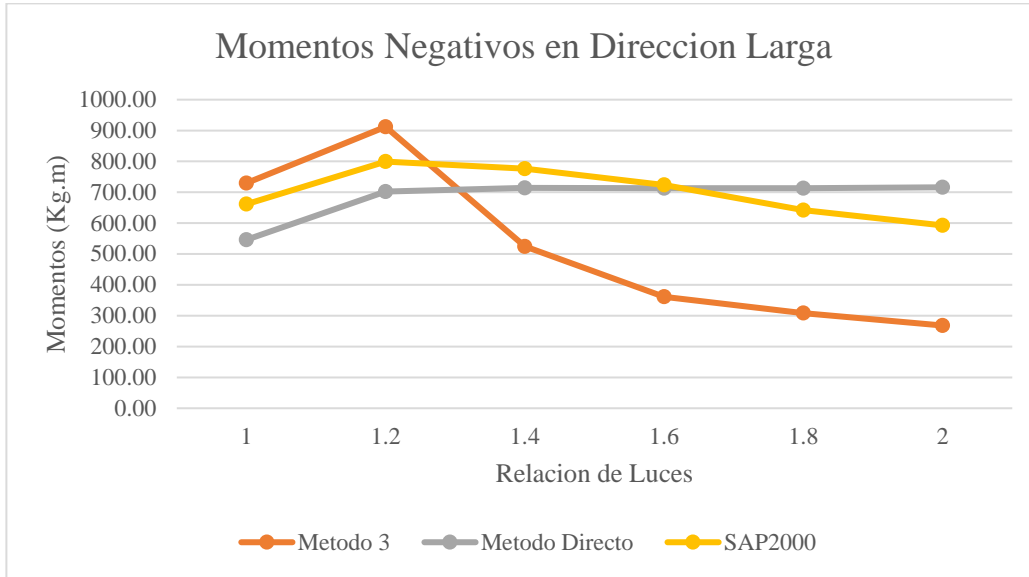
Tabla 12. Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 4

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



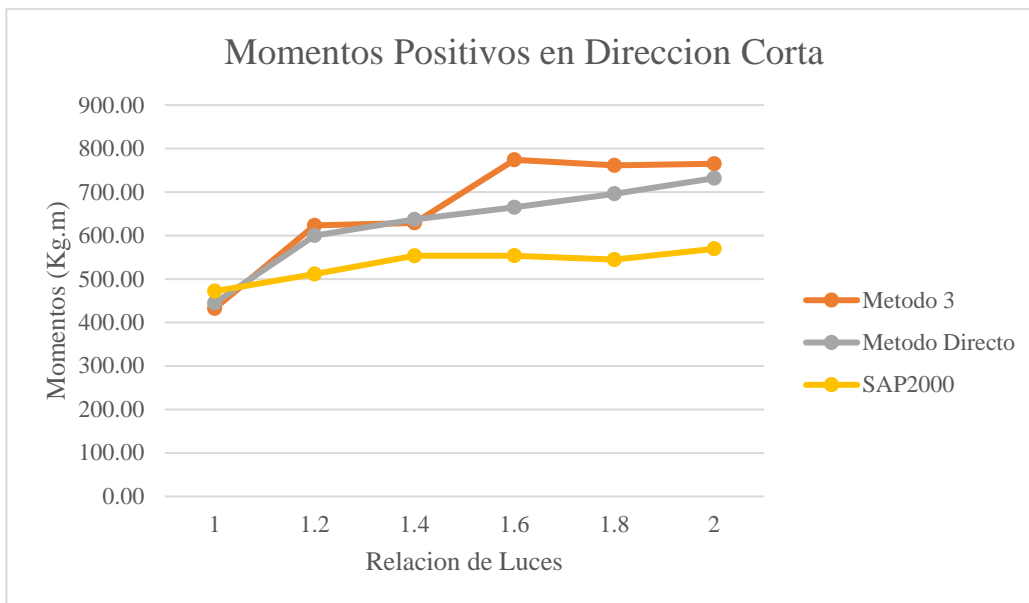
Grafica 5. Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 4

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



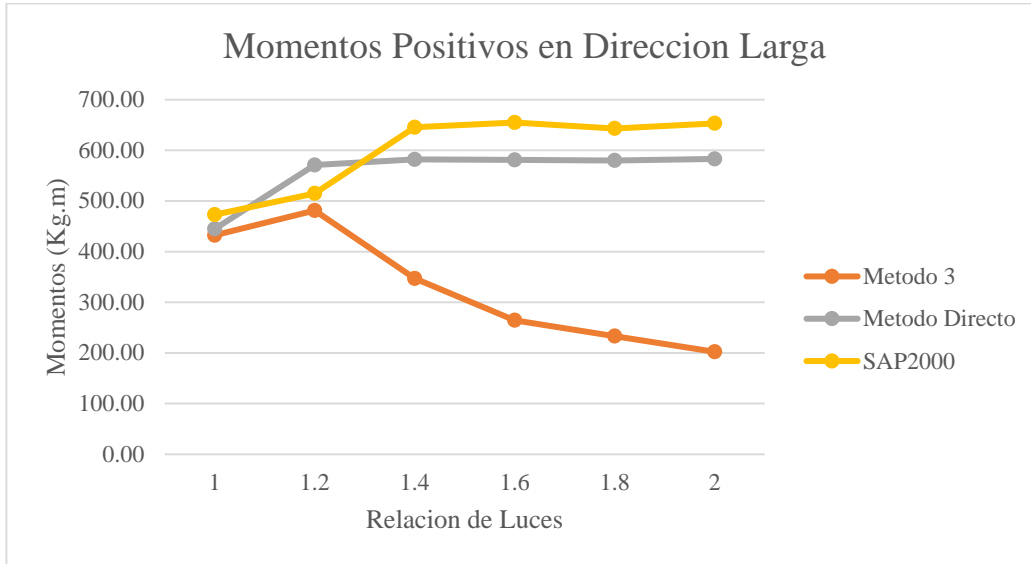
Grafica 6. Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 4

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 7. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 4

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



**Grafica 8. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia
Caso 4**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

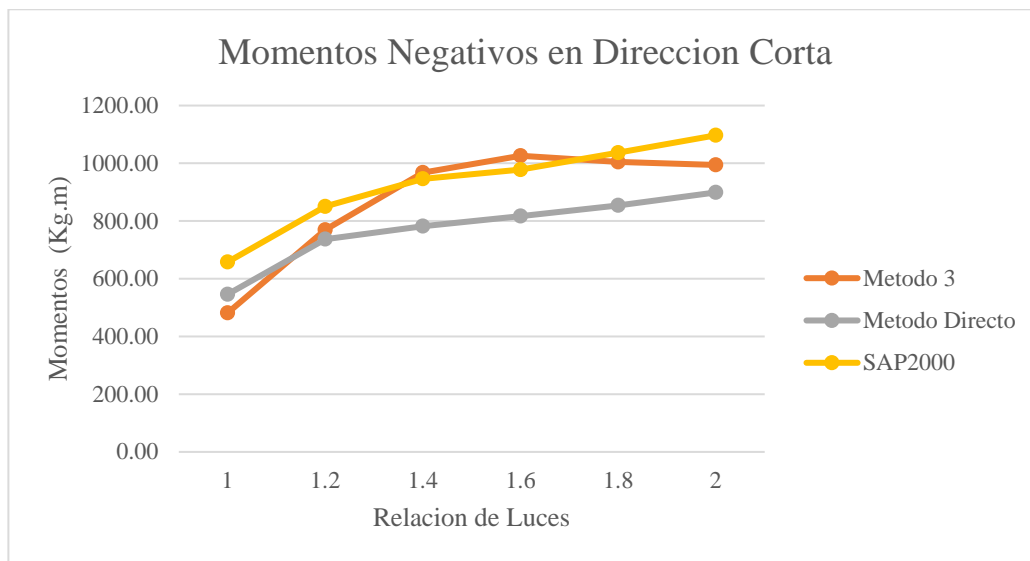
Caso 8

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000		
1	481.54	546.00	657.88	Momentos Negativos en Dirección Corta	CASO 8
1.2	769.64	737.00	850.50		
1.4	967.60	782.00	946.18		
1.6	1026.00	817.00	978.05		
1.8	1004.66	854.00	1036.61		
2	994.31	899.00	1096.93		
1	890.11	507.00	660.54	Momentos Negativos en Dirección Larga	
1.2	1048.80	651.00	810.87		
1.4	800.05	663.00	816.56		
1.6	590.98	662.00	782.49		
1.8	539.45	662.00	726.14		
2	446.88	665.00	692.46		

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000	
1	353.28	445.00	418.00	Momentos Positivos en Dirección Corta
1.2	546.44	600.00	428.81	
1.4	552.70	637.00	460.66	
1.6	730.35	665.00	448.11	
1.8	726.59	696.00	421.77	
2	743.23	732.00	427.41	
1	389.38	273.00	665.38	Momentos Positivos en Dirección Larga
1.2	447.60	351.00	518.15	
1.4	347.03	357.00	620.71	
1.6	264.38	357.00	632.31	
1.8	233.22	356.00	617.44	
2	202.27	358.00	626.55	

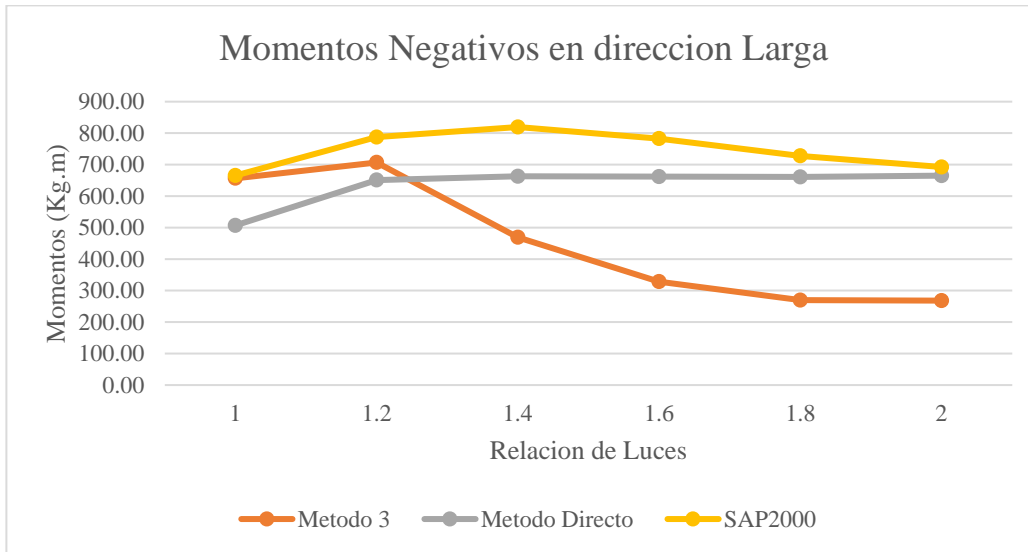
Tabla 13. Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



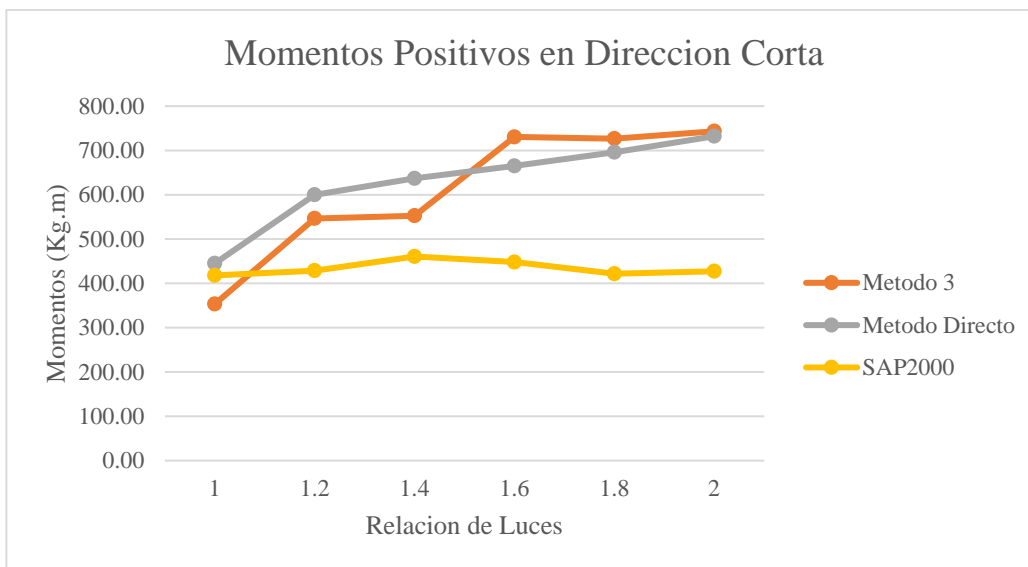
Grafica 9. Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



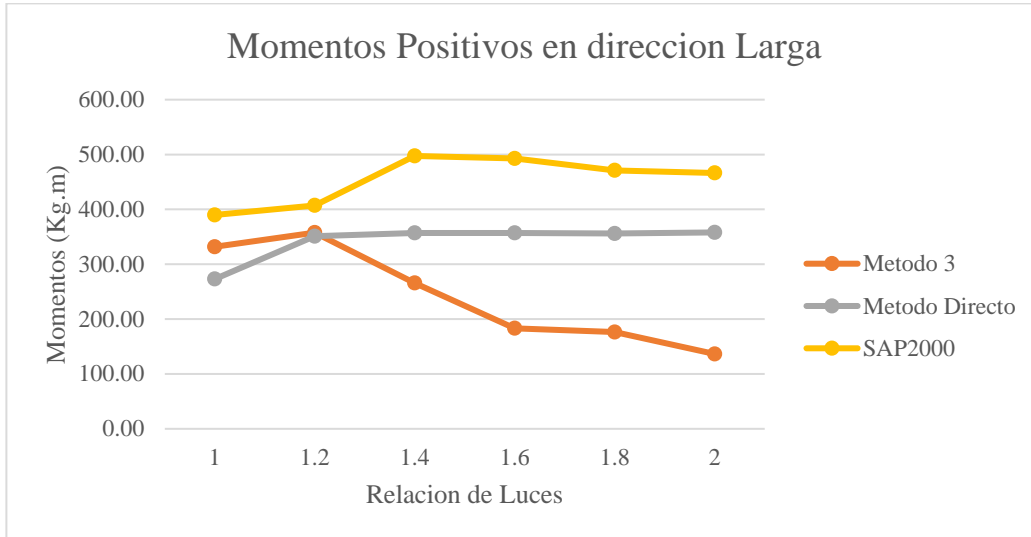
Grafica 10. Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 11. Relación de Momentos Positivos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 12. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

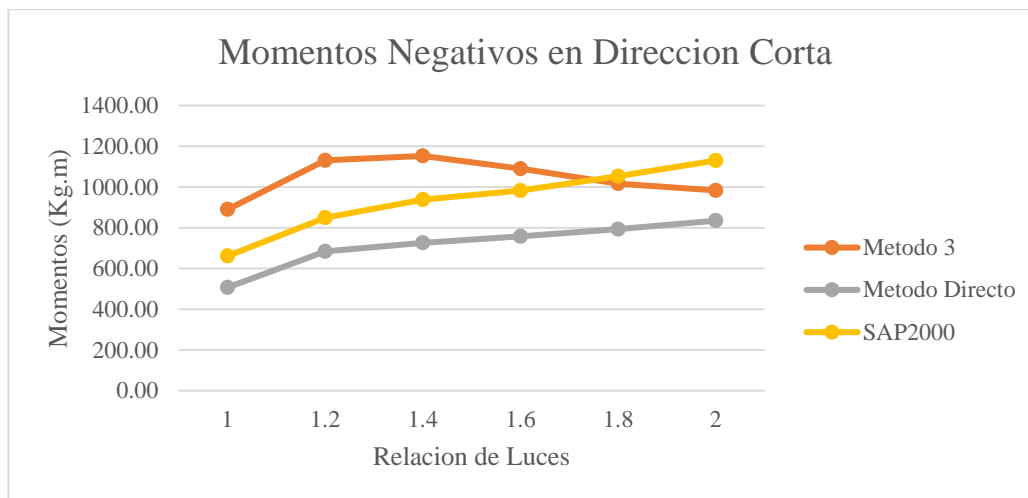
Caso 9

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000		
1	890.11	507.00	661.52	Momentos Negativos en Dirección Corta	CASO 9
1.2	1130.90	684.00	849.49		
1.4	1152.59	726.00	938.11		
1.6	1090.13	758.00	982.65		
1.8	1016.48	793.00	1053.09		
2	983.14	835.00	1130.17		
1	481.54	546.00	661.41	Momentos Negativos en Dirección Larga	
1.2	478.80	702.00	765.25		
1.4	303.47	714.00	779.12		
1.6	196.99	713.00	723.52		
1.8	192.66	713.00	657.03		
2	134.06	716.00	600.89		

Relación de luces	Método 3	Método Directo	SAP2000	
1	389.38	273.00	456.08	Momentos Positivos en Dirección Corta
1.2	530.73	368.00	491.24	
1.4	536.23	391.00	539.46	
1.6	616.95	408.00	551.19	
1.8	599.06	427.00	553.38	
2	595.06	449.00	590.54	
1	353.28	445.00	417.44	Momentos Positivos en Dirección Larga
1.2	380.40	571.00	448.87	
1.4	238.13	582.00	542.06	
1.6	183.17	581.00	538.86	
1.8	176.44	580.00	521.14	
2	136.42	583.00	525.14	

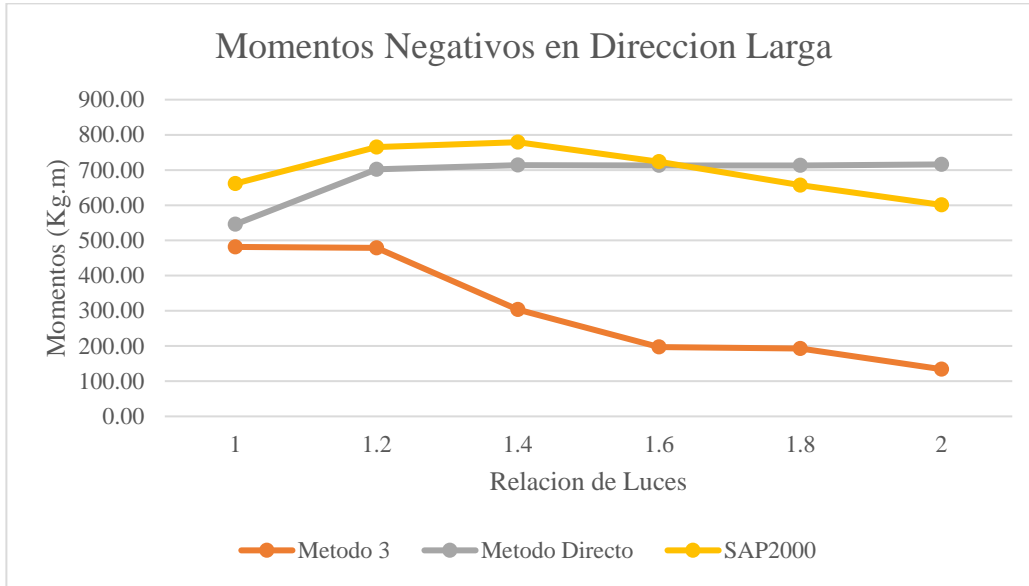
Tabla 14. Resultados de análisis de momento por Método 3 y Método Directo para el Caso de estudio 9

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



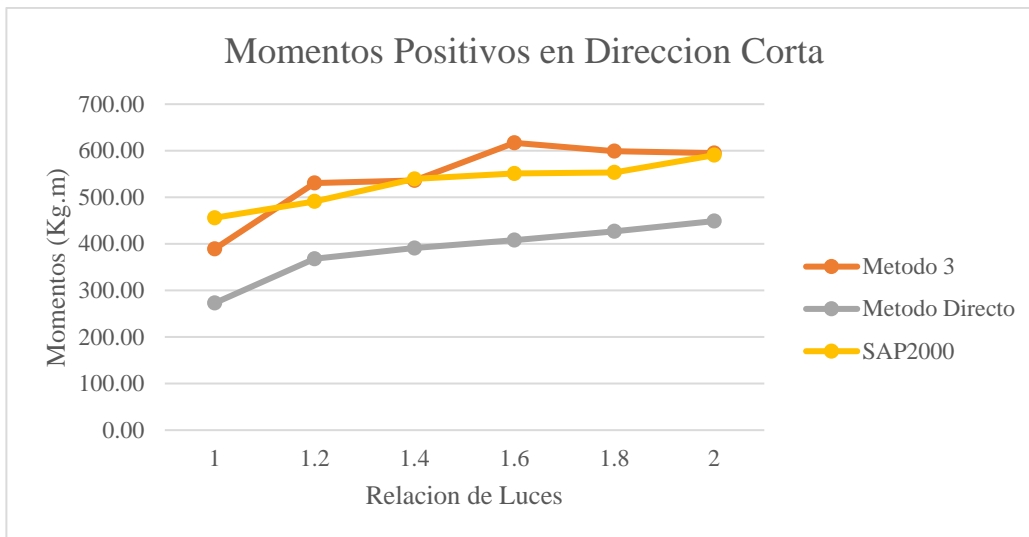
Grafica 13. Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia Caso 9

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, Maria



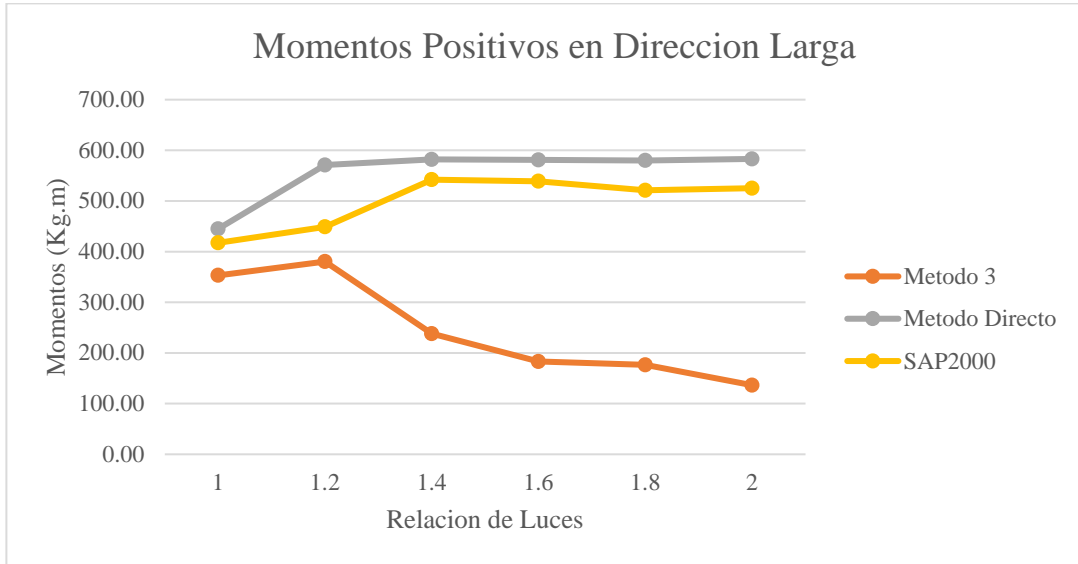
Grafica 14. Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 9

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, Maria



Grafica 15. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 9

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, Maria



Grafica 16. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia Caso 9

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, Maria

% VARIACIÓN DE VALORES DE MOMENTO RESPECTO A SAP2000								
CASO 2								
	M _{neg} Dirección Corta		M _{neg} Dirección Larga		M _{pos} Dirección Corta		M _{pos} Dirección Larga	
	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD
1	-1	-24	-1	-24	-15	-30	-15	-30
1.2	11	-19	-10	-17	25	-5	-12	-14
1.4	13	-22	-43	-19	19	-7	-47	-28
1.6	6	-23	-58	-15	43	-2	-63	-28
1.8	-6	-25	-63	-9	45	7	-63	-24
2	-15	-26	-61	-4	41	8	-71	-23

Tabla 15. Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, Maria

% VARIACIÓN DE VALORES DE MOMENTO RESPECTO A SAP2000								
CASO 4								
	M_{neg} Dirección Corta		M_{neg} Dirección Larga		M_{pos} Dirección Corta		M_{pos} Dirección Larga	
	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD
1	11	-17	10	-17	-8	-6	-9	-6
1.2	21	-14	14	-12	22	17	-7	11
1.4	22	-17	-32	-8	14	15	-46	-10
1.6	17	-16	-50	-1	40	20	-60	-11
1.8	5	-18	-52	11	40	28	-64	-10
2	-4	-18	-55	21	34	29	-69	-11

Tabla 16. **Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 4**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, Maria

% VARIACIÓN DE VALORES DE MOMENTO RESPECTO A SAP2000								
CASO 8								
	M_{neg} Dirección Corta		M_{neg} Dirección Larga		M_{pos} Dirección Corta		M_{pos} Dirección Larga	
	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD
1	-27	-17	35	-23	-15	6	-41	-59
1.2	-10	-13	29	-20	27	40	-14	-32
1.4	2	-17	-2	-19	20	38	-44	-42
1.6	5	-16	-24	-15	63	48	-58	-44
1.8	-3	-18	-26	-9	72	65	-62	-42
2	-9	-18	-35	-4	74	71	-68	-43

Tabla 17. **Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 8**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

% VARIACIÓN DE VALORES DE MOMENTO RESPECTO A SAP2000								
CASO 9								
	M_{neg} Dirección Corta		M_{neg} Dirección Larga		M_{pos} Dirección Corta		M_{pos} Dirección Larga	
	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD	Método 3	MD
1	35	-23	-27	-17	-15	-40	-15	7
1.2	33	-19	-37	-8	8	-25	-15	27
1.4	23	-23	-61	-8	-1	-28	-56	7
1.6	11	-23	-73	-1	12	-26	-66	8
1.8	-3	-25	-71	9	8	-23	-66	11
2	-13	-26	-78	19	1	-24	-74	11

Tabla 18. **Diferencia en resultados por métodos analíticos respecto a los resultados arrojados por SAP2000 para el Caso 9**

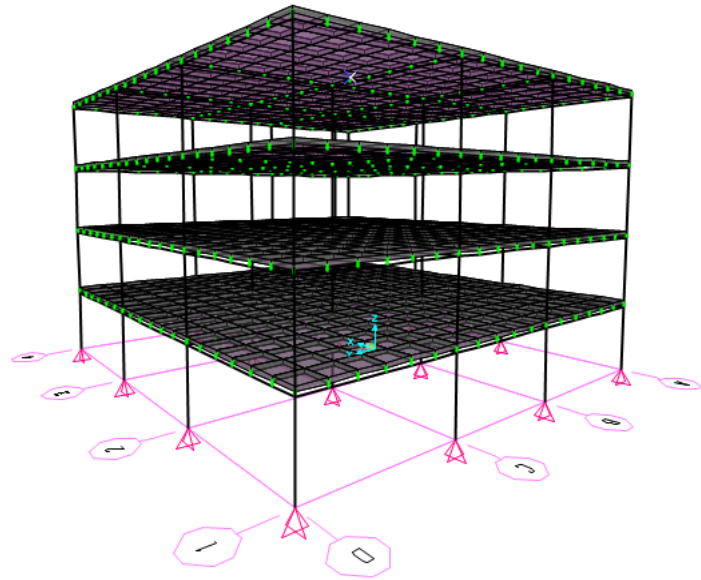
Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

4.2.2 Parte 2

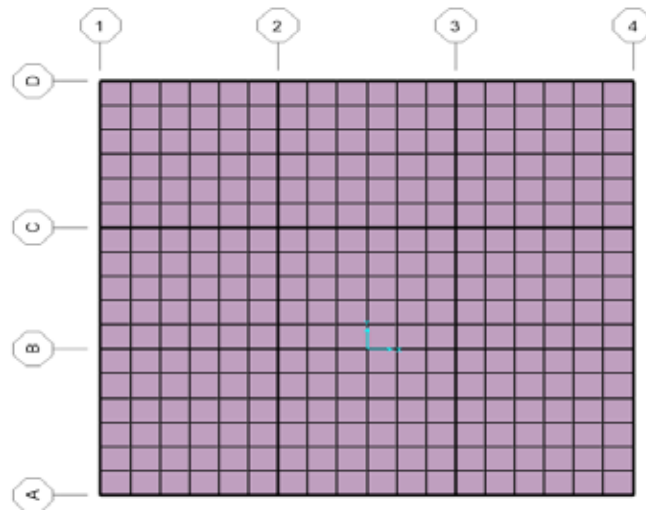
Para el siguiente análisis se plantea un edificio con paños que tienen unas relaciones de luces de 1 y 1.2 y se encuentran completamente apoyados en vigas

Datos:

Dimensiones de las vigas: 30x40cm
Dimensiones de las columnas: 40x40cm
 $F_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $F_c = 250 \text{ kg/cm}^2$



Vista en planta del edificio



4.2.2.1 Método de los coeficientes

Los resultados por el Método 3 del Código ACI 318-63 son los siguientes

Caso	Paño de losa	$M_{a,neg}$ Kgm	$M_{b,neg}$ Kgm	$M_{a,pos}$ Kgm	$M_{b,pos}$ Kgm
4	1	2579.04	2579.04	1479.0816	1479.0816
8	2	1702.1664	3146.4288	1169.856	1307.3184
4	3	2579.04	2579.04	1479.0816	1479.0816
9	4	2579.04	1083.1968	1134.96	791.5104
2	5	2149.2	1599.0048	1015.68	739.9296
9	6	2579.04	1083.1968	1134.96	791.5104
4	7	2579.04	2579.04	1479.0816	1479.0816
8	8	1702.1664	3146.4288	1169.856	1307.3184
4	9	2579.04	2579.04	1479.0816	1479.0816

Tabla 19. Distribución de Momentos por Método de los Coeficientes

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Caso	Paño de losa	V_a kg	V_b kg
4	1	2149.20	2149.20
8	2	1418.47	2879.93
4	3	2149.20	2149.20
9	4	3395.74	752.22
2	5	2836.94	1217.88
9	6	3395.74	752.22
4	7	2149.20	2149.20
8	8	1418.47	2879.93
4	9	2149.20	2149.20

Tabla 20. Corte por Método de los Coeficientes

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Ejemplo de cálculo de corte para paño de losa con dos bordes consecutivos continuos (Caso 4) y relación de luces igual a 1

Coeficientes de Corte:

$$W_a = 0.5 \quad (\text{Ver Anexo D})$$

$$W_b = 0.5 \quad (\text{Ver Anexo D})$$

Cortante en losa para cada dirección

V_a ——— 2149.2 Kg/m

V_b ——— 2149.20 Kg/m

4.2.2.2 Método directo de diseño

Los resultados por el método directo son los siguientes

Eje	Mo	Tramo			Momentos en Franja de Columna		Momentos en Franja Central
					Viga	Losa	
A y C	18330	1-2'	Mneg int	12831	8180	1443	3208
			Mpos	10448	6661	1175	2612
			Mneg ext	2933	2189	386	358
		2-3'	Mneg	11915	8102	1430	2383
			Mpos	6416	4363	770	1283
B y C	32000	1-2'	Mneg int	22400	14280	2520	5600
			Mpos	18240	11628	2052	4560
			Mneg ext	5120	4011	708	401
		2-3'	Mneg	20800	14144	2496	4160
			Mpos	11200	7616	1344	2240
1 y 4	18330	A-B	Mneg int	12831	8180	1443	3208
			Mpos	10448	6661	1175	2612
			Mneg ext	2933	2189	386	358
	12460	B-C	Mneg	8099	4750	838	2511
			Mpos	4361	2558	451	1352
2 y 3	34910	A-B	Mneg int	24437	15579	2749	6109
			Mpos	19899	12685	2239	4975
			Mneg ext	5586	4407	778	401
	23740	B-C	Mneg	15431	9050	1597	4784
			Mpos	8309	4873	860	2576

Tabla 21. Distribución de Momentos por Método Directo

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Eje	Tramo	Momentos en Franja Central	semifranja 1	semifranja 2
B y C	1-2'	5600	1866.66667	2240
		4560	1520	1824
		401	133.632	160.3584
	2-3'	4160	1386.66667	1664
		2240	746.666667	896
2 y 3	1-2'	6109	2036.41667	2036.41667
		4975	1658.225	1658.225
		401	133.682027	133.682027
	2-3'	4784	1594.53667	1594.53667
		2576	858.596667	858.596667

Tabla 22. Distribución de Momentos para la Franja intermedia por MD

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

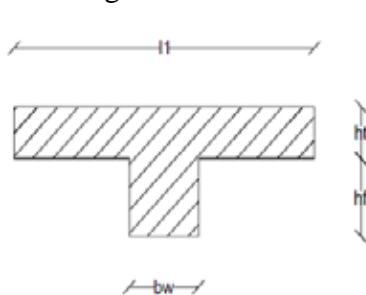
El cálculo y valor del corte es igual al de pórtico equivalente

4.2.2.3 Método del Pórtico Equivalente

Cargas: $C_v=300 \text{ kg/m}^2$
 $C_p=794 \text{ kg/m}^2$

Cálculo del espesor de la losa

Vigas interiores



$$f'_{cb} := 250 \quad E_{cb} := 15100 \sqrt{f'_{cb}} = 2.388 \cdot 10^5$$

$$f'_{cs} := 250 \quad E_{cs} := 15100 \sqrt{f'_{cs}} = 2.388 \cdot 10^5$$

$$ht := 15 \quad hf := 25$$

$$bw := 30 \quad a := ht + hf = 40$$

$$AI := l1 \cdot ht = 1.2 \cdot 10^3 \quad l1 := bw + 2 \cdot hf = 80$$

$$M := AI \cdot \left(hf + \frac{ht}{2} \right) + A2 \cdot \frac{hf}{2} = 4.838 \cdot 10^4$$

$$Yg := \frac{M}{At} = 24.808$$

$$I1 := \frac{l1 \cdot (ht)^3}{12} + A1 \cdot \left(a - Yg - \frac{ht}{2} \right)^2 = 9.351 \cdot 10^4$$

$$I2 := \frac{bw \cdot hf^3}{12} + A2 \cdot \left(Yg - \frac{hf}{2} \right)^2 = 1.527 \cdot 10^5$$

Momento de inercia total respecto al eje centroidal de una sección formada por la viga y la losa a cada lado de la viga (Para todas las vigas)

$$Ib1 := I1 + I2 = 2.462 \cdot 10^5$$

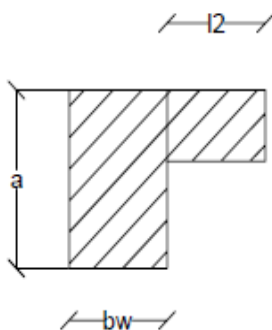
Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Vigas de 6 metros, Ejes B y C)

$$Is1 := \frac{\left(\frac{600}{2} + \frac{500}{2} \right) \cdot ht^3}{12} = 1.547 \cdot 10^5 \quad \alpha1 := \frac{Ecb \cdot Ib1}{Ecs \cdot Is1} = 1.591$$

Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Ejes 2 y 3, Vigas de 5 y 6 metros)

$$Is2 := \frac{600 \cdot ht^3}{12} = 1.688 \cdot 10^5 \quad \alpha2 := \frac{Ecb \cdot Ib1}{Ecs \cdot Is2} = 1.459$$

Vigas de borde



$$ht := 15 \quad hf := 25 \quad l2 := hf = 25$$

$$bw := 30 \quad a := ht + hf = 40$$

$$A1 := l2 \cdot ht = 375$$

$$A2 := bw \cdot a = 1.2 \cdot 10^3$$

$$At := A1 + A2 = 1.575 \cdot 10^3$$

$$M := A1 \cdot \left(hf + \frac{ht}{2} \right) + A2 \cdot \frac{hf}{2} = 719 \cdot 10^4$$

$$Yg := \frac{M}{At} = 17.262$$

$$I1 := \frac{I1 \cdot (ht)^3}{12} + A1 \cdot \left(Yg - \frac{ht}{2} \right)^2 = 1.096 \cdot 10^5$$

$$I2 := \frac{bw \cdot hf^3}{12} + A2 \cdot \left(Yg - \frac{hf}{2} \right)^2 = 6.627 \cdot 10^4$$

Momento de inercia total respecto al eje centroidal de una sección formada por la viga y la losa a cada lado de la viga (Para todas las vigas)

$$Ib2 := I1 + I2 = 1.758 \cdot 10^5$$

Momento de inercia de la sección total de la losa respecto al eje centroidal (Vigas de 6 y 5 metros, Ejes A y D, 1 y 4)

$$Is3 := \frac{\left(\frac{600}{2} + \frac{bw}{2} \right) \cdot ht^3}{12} = 8.859 \cdot 10^4$$

$$\alpha3 := \frac{Ecb \cdot Ib2}{Ecs \cdot Is3} = 1.985$$

$$\alpha fm := \frac{\alpha1 + \alpha2 + \alpha3}{3} = 1.678$$

De acuerdo con la sección 8 del Código ACI 318-14 (Ver Anexo E)
Se determinará si el espesor mínimo de la losa satisface lo establecido según la condición:

$$fy := 4200 \quad 0.2 < \alpha fm \leq 1.0 \quad \alpha fm = 1.678$$

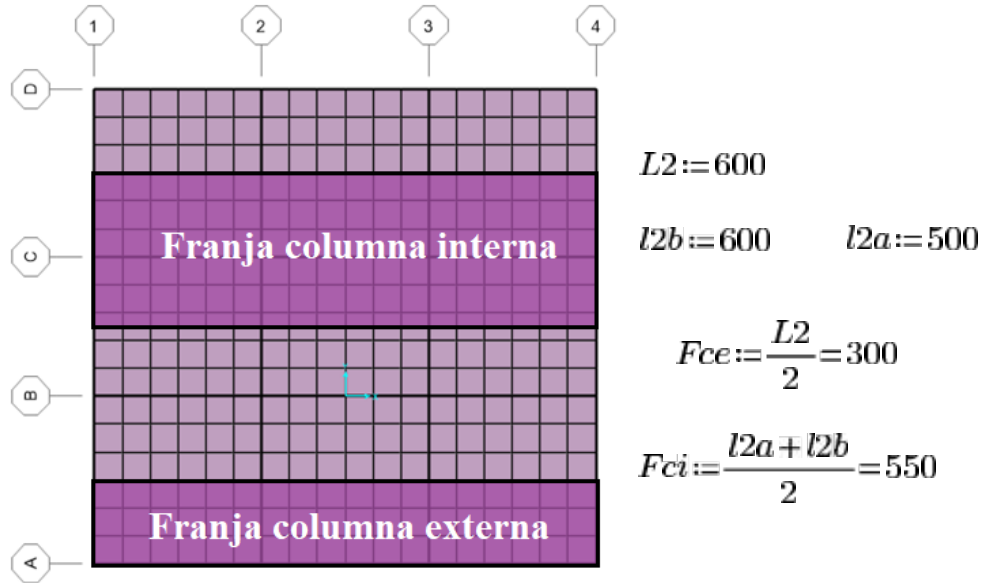
$$ln := 600 \quad col = 560 \quad col := 40$$

$$l := 600 \quad col = 560 \quad \beta := \frac{ln}{l} = 1$$

$$h := \frac{ln \cdot \left(0.8 + \frac{fy}{14000} \right)}{36 + 5 \beta \cdot (\alpha fm - 0.2)} = 14.196 \text{ cm}$$

$$hlosa := 15 \text{ cm}$$

Pórticos de estudio



Calculo de Ksb

$c1 := 40 \quad c2 := 40 \quad \frac{c1}{L1} = 0.067$

C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$				
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	—	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226
	0,10	4,18	0,51	0,0847	0,0154	0,0293	0,0251	0,0126	0,00214
0,10	0,20	4,36	0,52	0,0860	0,0158	0,0300	0,0255	0,0126	0,00201
	0,30	4,53	0,54	0,0872	0,0161	0,0301	0,0259	0,0125	0,00188
	0,40	4,70	0,55	0,0882	0,0165	0,0314	0,0262	0,0124	0,00174

$K_{nf1} := 4.12$

$m_{nf1} := 0.0843$

$CC := 0.507$

Franja columna interna

$$I_{sb1} := \left(15^3 \cdot \frac{F_{ci}}{12} \right) + \left(\frac{30 \cdot 25^3}{12} \right) = 1.938 \cdot 10^5$$

$$K_{sb1} := \frac{4.12 \cdot E_{cs} \cdot I_{sb1}}{L1} = 3.176 \cdot 10^8$$

Franja columna Externa

$$I_{sb2} := \left(15^3 \cdot \frac{Fce}{12} \right) + \left(\frac{30 \cdot 25^3}{12} \right) = 1.234 \cdot 10^5$$

$$K_{sb2} := \frac{4.12 \cdot Ecs \cdot I_{sb2}}{L1} = 1.024 \cdot 10^8$$

Rigidez Flexional de las columnas

$$t_a \cdot t_b := 1$$

$$H_c := 3$$

$$h_c := 3 - \frac{c1}{100} = 2.6$$

$$I_c := \frac{40^4}{12} = 2.133 \cdot 10^5$$

$$\frac{H_c}{h_c} = 1.15$$

t _a /t _b		H/H _c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
0,00	k _{AB}	4,20	4,40	4,60	4,80	5,00	5,20	5,40	5,60	5,80	6,00
	C _{AB}	0,57	0,65	0,73	0,80	0,87	0,95	1,03	1,10	1,17	1,25
0,2	k _{AB}	4,31	4,62	4,95	5,30	5,65	6,02	6,40	6,79	7,20	7,62
	C _{AB}	0,56	0,62	0,68	0,74	0,80	0,85	0,91	0,96	1,01	1,07
0,4	k _{AB}	4,38	4,79	5,22	5,67	6,15	6,65	7,18	7,74	8,32	8,94
	C _{AB}	0,55	0,60	0,65	0,70	0,74	0,79	0,83	0,87	0,91	0,94
0,6	k _{AB}	4,44	4,91	5,42	5,96	6,54	7,15	7,81	8,50	9,23	10,01
	C _{AB}	0,55	0,59	0,63	0,67	0,70	0,74	0,77	0,80	0,83	0,85
0,8	k _{AB}	4,49	5,01	5,58	6,19	6,85	7,56	8,31	9,12	9,98	10,89
	C _{AB}	0,54	0,58	0,61	0,64	0,67	0,70	0,72	0,75	0,77	0,79
1,0	k _{AB}	4,52	5,09	5,71	6,38	7,11	7,89	8,73	9,63	10,60	11,62
	C _{AB}	0,54	0,57	0,60	0,62	0,65	0,67	0,69	0,71	0,73	0,74

$$K_{ct} := 5.71 \cdot \frac{Ecs \cdot I_c}{H_c \cdot 100} = 9.694 \cdot 10^8$$

$$K_{cb} := K_{ct}$$

Cálculo de Rigidez Torsional

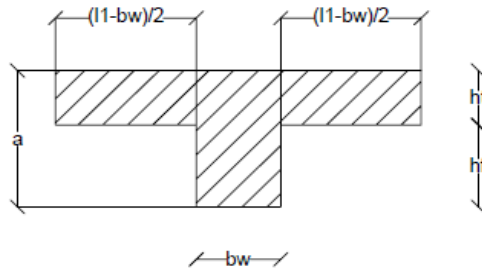
Cálculo de Constante de Torsión C

$$x1 := bw = 30 \quad x2 := ht = 15$$

$$y1 := hf = 25$$

Vigas Internas

Caso 1



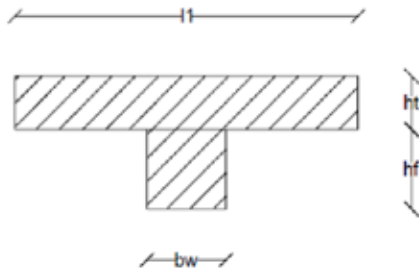
$$x1 := bw = 30 \quad x2 := ht = 15$$

$$y1 := a = 40 \quad y2 := \frac{(l1 - bw)}{2} = 25$$

Tomar el mayor valor de C

$$C1 := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1}\right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3}\right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2}\right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2}\right) \cdot 2 = 2.424 \cdot 10^5$$

Caso 2

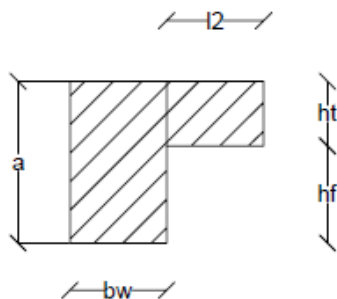


$$y2 := l2 = 25$$

$$C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1}\right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3}\right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2}\right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2}\right) = 1.74 \cdot 10^5$$

Vigas de Borde

Caso 1



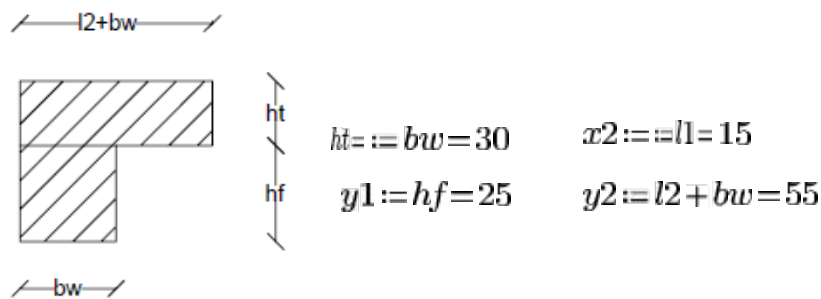
$$ht := bw = 30 \quad x2 := ht = 15$$

$$y1 := a = 40 \quad y2 := l2 = 25$$

Tomar el mayor valor de C

$$C2 := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1}\right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3}\right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2}\right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2}\right) = 2.161 \cdot 10^5$$

Caso 2



$$C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x1}{y1}\right) \cdot \left(\frac{x1^3 \cdot y1}{3}\right) + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x2}{y2}\right) \cdot \left(\frac{x2^3 \cdot y2}{2}\right) = 1.318 \cdot 10^5$$

Rigidez torsional Mayorada (Kta)

Pórtico Interno

$$Is1 := \frac{Fci \cdot hlosa^3}{12} = 1.547 \cdot 10^5$$

$$Kta1 := \frac{Kt1 \cdot Isb1}{Is1} = 1.488 \cdot 10^9$$

Pórtico Externo

$$Is2 := \frac{Fce \cdot hlosa^3}{12} = 8.438 \cdot 10^4$$

$$K_{ta2} := \frac{K_{t2} \cdot I_{sb2}}{I_{s2}} = 3.479 \cdot 10^9$$

Rigidez de la columna equivalente (K_{ec})

Para el pórtico interno

$$K_{ec1} := \frac{(K_{ct} + K_{cb}) \cdot (K_{ta1} + K_{ta1})}{K_{ct} + K_{cb} + K_{ta1} + K_{ta1}} = 1.174 \cdot 10^9$$

Para el pórtico externo

$$K_{ec2} := \frac{(K_{ct} + K_{cb}) \cdot (K_{ta2})}{K_{ct} + K_{cb} + K_{ta2}} = 1.245 \cdot 10^9$$

Factor de distribución para las vigas placas

Para el pórtico externo

$$F_{De1} := \frac{K_{sb2}}{(K_{sb2} \cdot 2) + K_{ec2}} = 0.123$$

$$F_{De2} := \frac{K_{sb2}}{(K_{sb2}) + K_{ec2}} = 0.14$$

Para el pórtico interno

$$F_{Di1} := \frac{K_{sb1}}{K_{sb1} \cdot 2 + K_{ec1}} = 0.176$$

$$F_{Di2} := \frac{K_{sb1}}{K_{sb1} + K_{ec1}} = 0.213$$

Análisis parcial del pórtico equivalente interno

Comprobación de la relación de cargas

$$\frac{CV}{CP} = 0.378 \quad 0.378 < \frac{3}{h}$$

Debido a que la relación de sobrecarga es menor a 3/4 se estudia el pórtico con una carga Wu en todos los tramos

Carga mayorada

$$Wd := 1.2 \cdot CP \quad Wl := 1.6 \cdot CV$$

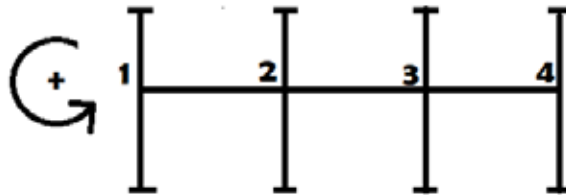
Cargas mayoradas

$$Wu := 1.2CP + 1.6CV = 1.433 \cdot 10^3$$

Momentos de empotramiento

$$FEMi1 := mnf1 \cdot Wu \cdot \left(\frac{Fci}{100}\right) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 = 2.392 \cdot 10^4$$

Distribución de momentos



Junta	1	2		3		4
Tramo	1 2	2 1	2 3	3 2	3 4	4 3
FD	0,213	0,176	0,176	0,176	0,176	0,213
CC	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507
FEM (ton)	23,915	-23,915	23,915	-23,915	23,915	-23,915

$$MC1 := -1 \cdot FDi2 \cdot CC \cdot FEMi1 = -2.582 \cdot 10^3$$

Tramo 1-2, 2-3, 3-2, 4-3

$$Mc11 := -1 \cdot FDi1 \cdot CC \cdot (MC1) = 229.855$$

Tramo 1-2, 2-3, 3-2 y 4-3

$$Mc21 := FDi1 \cdot CC \cdot (Mc11) = 20.461$$

Tramo 2-1 y 3-4

$$Mc22 := 1 \cdot FDi2 \cdot CC \cdot (Mc11) = 24.818$$

Tramo 1-2, 2-3, 3-2 y 4-3

$$Mc31 := FDi2 \cdot CC \cdot (Mc22) \pm (FDi2 \cdot CC \cdot Mc21) = 4.889$$

Tramo 2-1 y 3-4

$$Mc32 := 1 \cdot FDi1 \cdot CC \cdot (Mc21) + (FDi1 \cdot CC \cdot Mc22) = 4.03$$

Sumatoria de Mc

Tramo 1-2 y 4-3

$$Mct1 := FEMi1 \mp Mc11 + Mc21 + Mc31 = 24170.643$$

Tramo 2-1 y 3-4

$$Mct2 := FEMi1 \mp (-1 \cdot MC1) + Mc22 + Mc32 = 26526.488$$

Tramo 2-3 y 3-2

$$Mct3 := FEMi1 \quad Mc11 \quad Mc21 \quad Mc31 = 23660.233$$

Momento de diseño

Tramo 1-2 y 4-3

$$MD1 := -1 \cdot Mct1 \cdot FDi2 = -5.147 \cdot 10^3$$

Tramo 2-1, 2-3, 3-2 y 3-4

$$MD2 := -1 \cdot (-Mct2 + Mct3) \cdot FDi1 = 503.235$$

Momentos negativos

$$Mn1 := Mct1 + MD1 = 19023.194$$

$$Mn2 := Mct2 + MD2 = 26023.252$$

$$Mn3 := Mct3 + MD2 = 24163.469$$

Wl+Wd						
Junta	1	2		3		4
Tramo	1 2	2 1	2 3	3 2	3 4	4 3
FD	0,213	0,176	0,176	0,176	0,176	0,213
CC	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507
FEM (ton)	23,915	-23,915	23,915	-23,915	23,915	-23,915
Mc*		-2,5828			2,583	
MC	0,230		-0,230	0,230		-0,230
MC	0,021	-0,025	-0,021	0,021	0,025	-0,021
MC	0,00491	-0,00406	-0,005	0,005	0,004	-0,005
SMc	24,171	-26,527	23,659	-23,659	26,527	-24,171
MD	-5,147	0,503	0,503	-0,503	-0,503	5,147
Total	19,024	-26,024	24,162	-24,162	26,024	-19,024

Tabla 23. Distribución de Momentos negativo para la Franja Columna Central

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Momentos en la mitad del tramo

Tramo 1-2

$$Mm1 := \frac{Wu \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 \left(\frac{Fci}{100}\right)}{8} - \frac{Mn1 + Mn2}{2} = 12938.577$$

Tramo 2-3

$$Mm2 := \frac{Wu \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 \left(\frac{Fci}{100}\right)}{8} - \frac{Mn3 + Mn3}{2} = 11298.331$$

Tramo 3-4

$$Mm3 := \frac{Wu \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{Fci}{100}\right)}{8} - \frac{Mn2 + Mn1}{2} = 12938.577$$

Factorización de los momentos

Verificación de rigidez relativa

Pórtico interno

$$\frac{\alpha1 \cdot Fci^2}{\alpha2 \cdot L1^2} = 0.917 \quad 0.2 < 0.917 < 5$$

Pórtico externo

$$\frac{\alpha1 \cdot Fce^2}{\alpha3 \cdot 315^2} = 0.727 \quad 0.2 < 0.727 < 5 \quad \text{Ok}$$

Reducción de momentos

$$Wu \cdot \frac{Fci}{100} = 7880.4$$

Tramo 1-2 y 3-4

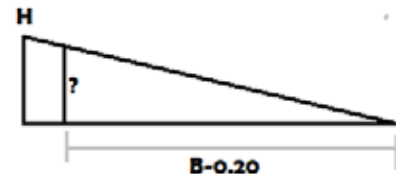
Mnr1

$$M1 := \frac{B \cdot H}{2} \quad B1 := \frac{(Mn1 + Mm1) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)}{(Mn1 + (Mm1 \cdot 2) + Mn2)} = 1.704$$

$$H1 := \frac{(Mn1 + Mm1) \cdot 2}{B1} = 1.364 \cdot 10^4$$

$$Cor1 := \frac{H1 \cdot (B1 - 0.20)}{B1} = 2.189 \cdot 10^4$$

$$Mr := \frac{Cor1 \cdot (B1 - 0.20)}{2} = 1.741 \cdot 10^4$$



$$Mnr1 := Mr \quad Mm1 = 14469.821$$

Mnr2

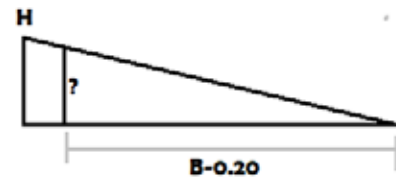
$$M1 := \frac{B \cdot H}{2} \quad B2 := \frac{(Mn2 + Mm1) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)}{(Mn1 + Mn2 + (Mm1 \cdot 2))} = 3.296$$

$$H2 := \frac{(Mn2 + Mm1) \cdot 2}{B2} = 1.364 \cdot 10^4$$

$$Cor2 := \frac{H2 \cdot (B2 - 0.20)}{B2} = 2.221 \cdot 10^4$$

$$Mr2 := \frac{Cor2 \cdot (B2 - 0.20)}{2} = 3.438 \cdot 10^4$$

$$Mnr2 := Mr2 \quad Mm1 = 21438.462$$



Tramo 2-3

Mnr3

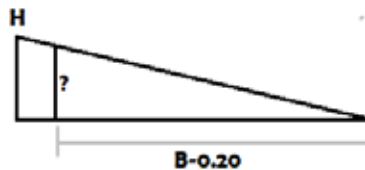
$$M1 := \frac{B \cdot H}{2} \quad B3 := \frac{(Mn3 + Mm2) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)}{(Mn3 + Mn3 + (Mm2 \cdot 2))} = 3$$

$$H3 := \frac{(Mn3 + Mm2) \cdot 2}{B3} = 2.364 \cdot 10^4$$

$$Cor3 := \frac{H3 \cdot (B3 - 0.20)}{B3} = 1.207 \cdot 10^4$$

$$Mr3 := \frac{Cor3 \cdot (B3 - 0.20)}{2} = 3.089 \cdot 10^4$$

$$Mnr3 := Mr3 \quad Mm2 = 19592.837$$



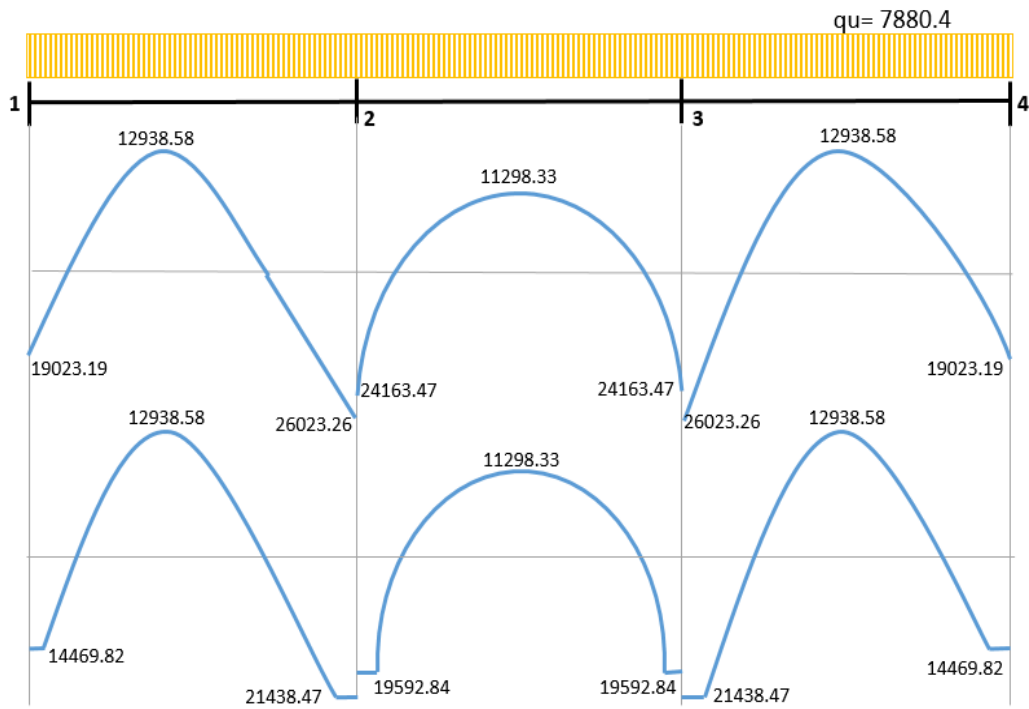


Figura 42. Diagrama de Momentos para la Franja Columna Central

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

$$M_o := \frac{W_u \cdot \left(\frac{F_c \bar{c}}{100} \right) \cdot 5.6^2}{8} = 30891.168$$

Tramo 1-2 y 3-4

$$R_{ed} := M_{m1} + \left(\frac{M_{nr1} + M_{nr2}}{2} \right) = 30891.718$$

Tramo 2-3

$$M_{m2} + \left(\frac{M_{nr3} \cdot 2}{2} \right) = 30891.168$$

Distribución de momentos

Pórtico interno

$$\frac{L2}{L1} = 1 \quad \frac{\alpha 1 \cdot L2}{L1} = 1.5CS, \quad \beta t := \frac{C1}{2 \cdot Is1} = 0.783$$

Franja columna

Apoyo interior

Intermedio $75 + \left(30 (1) \cdot \left(1 - \frac{L2}{L1} \right) \right) = 75$

$$60 + \left(30 (1) \cdot \left(1.5 - \frac{L2}{L1} \right) \right) = 75$$

Apoyo exterior

$$100 - 10 \beta t + \left(12 \beta t (1) \cdot \left(1 - \frac{L2}{L1} \right) \right) = 92.165$$

Franja columna central							
Tramo	Tipo de momento	Momento	Franja columna				Franja intermedia
			%	Momento	M. viga	M. losa	
1-2'	M neg ext	14469,82	92,165	13336,110	11335,693	2000,416	1133,710
	M positivo	12938,58	75	9703,935	8248,345	1455,590	3234,645
	M neg inter	21438,47	75	16078,853	13667,025	2411,828	5359,618
2-3'	M neg inter	19592,84	75	14694,630	12490,436	2204,195	4898,210
	M positivo	11298,33	75	8473,748	7202,685	1271,062	2824,583
	M neg inter	19592,84	75	14694,630	12490,436	2204,195	4898,210
3-4'	M neg ext	14469,82	92,165	13336,110	11335,693	2000,416	1133,710
	M positivo	12938,58	75	9703,935	8248,345	1455,590	3234,645
	M neg inter	21438,47	75	16078,853	13667,025	2411,828	5359,618

Tabla 24. Distribución de Momentos para la Franja Columna Central

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Tramo	Franja intermedia	Longitud de la sección de franja	
		L1/2=3 m	L2b/2=2,5 m
1-2'	1133,710	377,9034657	453,4841588
	3234,645	1078,215	1293,858
	5359,618	1786,539167	2143,847
2-3'	4898,210	1632,736667	1959,284
	2824,583	941,5275	1129,833
	4898,210	1632,736667	1959,284
3-4'	1133,710	377,9034657	453,4841588
	3234,645	1078,215	1293,858
	5359,618	1786,539167	2143,847

Tabla 25. Distribución de Momentos para la Franja intermedia

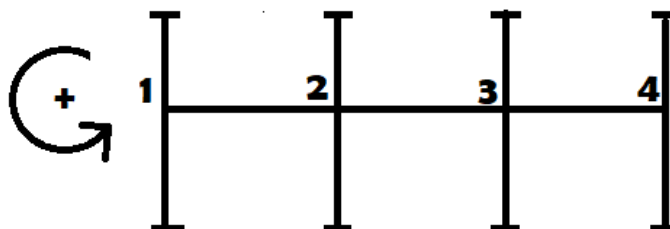
Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Análisis parcial del pórtico equivalente externo

Momentos de empotramiento

$$FEMe1 := 0.0843 \cdot Wu \cdot \left(\frac{Fce}{100} \right) \cdot \left(\frac{L1}{100} \right)^2 = 1.304 \cdot 10^4$$

Distribución de momentos



Junta	1	2		3		4
Tramo	1 2	2 1	2 3	3 2	3 4	4 3
FD	0,14	0,123	0,14	0,123	0,123	0,14
CC	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507
FEM (ton)	13,0445	-13,0445	13,0445	-13,0445	13,0445	-13,0445

$$MC1 := -1 \cdot FDe2 \cdot CC \cdot FEMe1 = -924.682$$

Tramo 1-2, 2-3, 3-2, 4-3

$$Mc11 := -1 \cdot FDe1 \cdot CC \cdot (MC1) = 57.506$$

Tramo 1-2, 2-3, 3-2 y 4-3

$$Mc21 := FDe1 \cdot CC \cdot (Mc11) = 3.576$$

Tramo 2-1 y 3-4

$$Mc22 := 1 \cdot FDe2 \cdot CC \cdot (Mc11) = 4.076$$

Tramo 1-2, 2-3, 3-2 y 4-3

$$Mc31 := FDe2 \cdot CC \cdot (Mc22) \mp (FDe2 \cdot CC \cdot Mc21) = 0.542$$

Tramo 2-1 y 3-4

$$Mc32 := 1 \cdot FDe1 \cdot CC \cdot (Mc21) + (FDe1 \cdot CC \cdot Mc22) = 0.476$$

Sumatoria de Mc

Tramo 1-2 y 4-3

$$Mct1 := FEMe1 + Mc11 + Mc21 + Mc31 = 13106.409$$

Tramo 2-1 y 3-4

$$Mct2 := FEMe1 \mp (-1 \cdot MC1) + Mc22 + Mc32 = 13974.018$$

Tramo 2-3 y 3-2

$$Mct3 := FEMe1 - Mc11 - Mc21 - Mc31 = 12983.159$$

Momento de diseño

Tramo 1-2 y 4-3

$$MD1 := -1 \cdot Mct1 \cdot FDe2 = -1.832 \cdot 10^3$$

Tramo 2-1, 2-3, 3-2 y 3-4

$$MD2 := -1 \cdot (-Mct2 + Mct3) \cdot FDe1 = 121.542$$

Momentos negativos

$$Mn1 := Mct1 + MD1 = 11273.963$$

$$Mn2 := Mct2 + MD2 = 13852.477$$

$$Mn3 := Mct3 + MD2 = 13104.701$$

Wl+Wd						
Junta	1	2		3		4
Tramo	1 2	2 1	2 3	3 2	3 4	4 3
FD	0,14	0,123	0,14	0,123	0,123	0,14
CC	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507
FEM (ton)	13,0445	-13,0445	13,0445	-13,0445	13,0445	-13,0445
Mc*		-0,926			0,926	
MC	0,058		-0,058	0,058		-0,058
MC	0,004	-0,004	-0,004	0,004	0,004	-0,004
MC	0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,001	-0,001
SMc	13,106	-13,975	12,983	-12,983	13,975	-13,106
MD	-1,832	0,121	0,121	-0,121	0,121	1,832
Total	11,274	-13,854	13,104	-13,104	14,096	-11,274

Tabla 26. Distribución de Momentos negativos para la Franja Columna Externa

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Momentos en la mitad del tramo

Tramo 1-2

$$Mm1 := \frac{Wu \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 \left(\frac{Fce}{100}\right)}{8} - \frac{Mn1 + Mn2}{2} = 6779.58$$

Tramo 2-3

$$Mm2 := \frac{Wu \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 \left(\frac{Fce}{100}\right)}{8} - \frac{Mn3 + Mn3}{2} = 6238.099$$

Tramo 3-4

$$Mm3 := \frac{Wu \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{Fce}{100}\right)}{8} - \frac{Mn2 + Mn1}{2} = 6779.58$$

Reducción de momentos

$$Wu \cdot \frac{Fce}{100} = 4298.4$$

Tramo 1-2 y 3-4

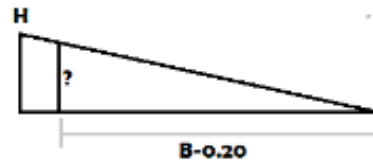
Mnr1

$$M1 := \frac{B \cdot H}{2} \quad B1 := \frac{(Mn1 + Mm1) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)}{(Mn1 + (Mm1 \cdot 2) + Mn2)} = 1.8$$

$$H1 := \frac{(Mn1 + Mm1) \cdot 2}{B1} = 1129 \cdot 10^4$$

$$Cor1 := \frac{H1 \cdot (B1 - 0.20)}{B1} = 1.197 \cdot 10^4$$

$$Mr := \frac{Cor1 \cdot (B1 - 0.20)}{2} = 1.557 \cdot 10^4$$



$$Mm1 := Mr \quad M2 = 18787.03$$

Mnr2

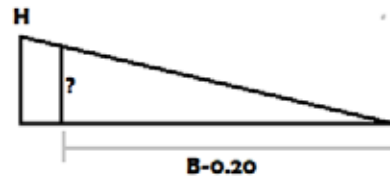
$$M1 := \frac{B \cdot H}{2} \quad B2 := \frac{(Mn2 + Mm1) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)}{(Mn1 + Mn2 + (Mm1 \cdot 2))} = 3.2$$

$$H2 := \frac{(Mn2 + Mm1) \cdot 2}{B2} = 1.29 \cdot 10^4$$

$$Cor2 := \frac{H2 \cdot (B2 - 0.20)}{B2} = 1.209 \cdot 10^4$$

$$Mr2 = \frac{Cor2 \cdot (B2 - 0.20)}{2} = 1.813 \cdot 10^4$$

$$Mnr2 := Mr2 \quad Mm1 = 11354.033$$



Mnr3

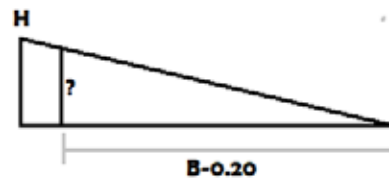
$$M1 := \frac{B \cdot H}{2} \quad B3 := \frac{(Mn3 + Mm2) \cdot \left(\frac{L1}{100}\right)}{(Mn3 + Mn3 + (Mm2 \cdot 2))} = 3$$

$$H3 := \frac{(Mn3 + Mm2) \cdot 2}{B3} = 1.29 \cdot 10^4$$

$$Cor3 := \frac{H3 \cdot (B3 - 0.20)}{B3} = 1.204 \cdot 10^4$$

$$Mr3 := \frac{Cor3 \cdot (B3 - 0.20)}{2} = 1.685 \cdot 10^4$$

$$Mnr3 := Mr3 \quad Mm2 = 10611.629$$



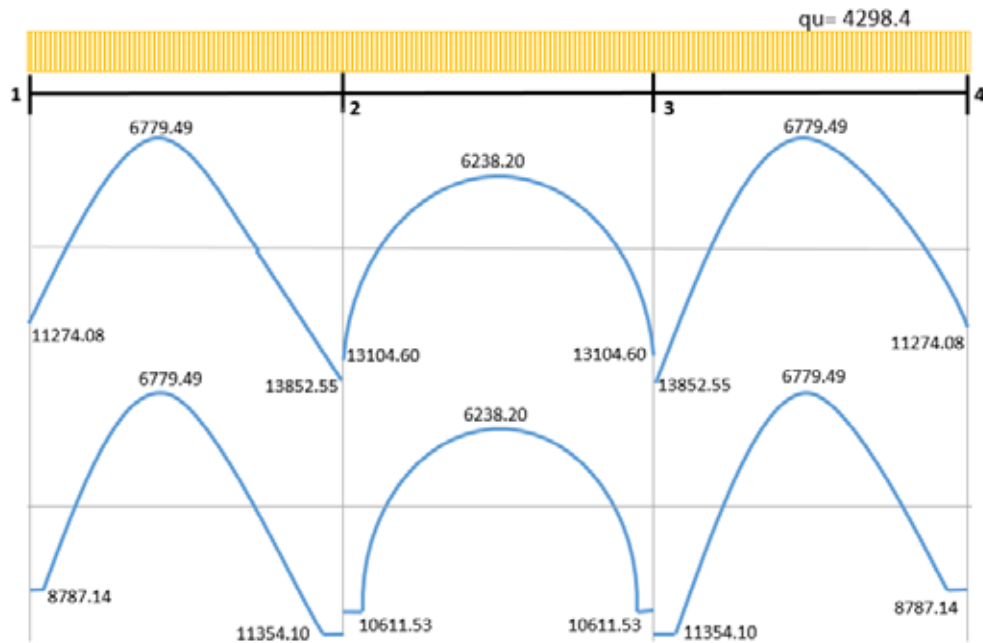


Figura 43. Diagrama de Momentos para la Franja Columna Externa

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

$$M_o := \frac{W_u \cdot \left(\frac{F_{ce}}{100} \right) \cdot 5.6^2}{8} = 16849.728$$

Tramo 1-2 y 3-4

$$Red := M_{m1} + \left(\frac{M_{nr1} + M_{nr2}}{2} \right) = 16850.112$$

Tramo 2-3

$$M_{m2} + \left(\frac{M_{nr3} \cdot 2}{2} \right) = 16849.728$$

Distribución de momentos

Pórtico interno

$$\frac{L_2}{L_1} = 1$$

$$\frac{\alpha_3 \cdot L_2}{L_1} = 1985$$

$$\beta_t := \frac{C_2}{2 \cdot I_{s2}} = 1.281$$

Franja columna

Apoyo interior

$$75 + \left(30 (1) \cdot \left(1 - \frac{L2}{L1} \right) \right) = 75$$

Intermedio

$$60 + \left(30 (1) \cdot \left(1,5 - \frac{L2}{L1} \right) \right) = 75$$

Apoyo exterior

$$100 - 10 \beta t + \left(12 \beta t (1) \cdot \left(1 - \frac{L2}{L1} \right) \right) = 87,192$$

Franja columna externa							
Tramo	Tipo de momento	Momento	Franja columna				Franja intermedia
			%	Momento	M. viga	M. losa	
1-2'	M neg ext	8787,14	87,192	7661,683	6512,431	1149,252	1125,457
	M positivo	6779,49	75	5084,618	4321,925	762,693	1694,873
	M neg inter	11354,1	75	8515,575	7238,239	1277,336	2838,525
2-3'	M neg inter	10611,53	75	7958,648	6764,850	1193,797	2652,883
	M positivo	6238,2	75	4678,650	3976,853	701,798	1559,550
	M neg inter	10611,53	75	7958,648	6764,850	1193,797	2652,883
3-4'	M neg ext	8787,17	87,192	7661,709	6512,453	1149,256	1125,461
	M positivo	6779,49	75	5084,618	4321,925	762,693	1694,873
	M neg inter	11354,1	75	8515,575	7238,239	1277,336	2838,525

Tabla 27. Distribución de Momentos para la Franja Columna Externa

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Calculo de corte:

$$L1 = 600$$

$$L2b = 500$$

$$Wu = 1.433 \cdot 10^3$$

Para los tramos 6x6

Vigas

Dirección corta:

$$W_u \cdot \frac{\left(\frac{L1}{100}\right)^2}{4} = 1.29 \cdot 10^4 \text{ kgf}$$

Dirección larga:

$$W_u \cdot \frac{\left(\frac{L1}{100}\right)^2}{4} = 1.29 \cdot 10^4 \text{ kgf}$$

Para los tramos 6x5

Vigas

Dirección corta:

$$W_u \cdot \frac{L2b}{4} \cdot \left(\left(2 \frac{L1}{100} \right) - \frac{L2b}{100} \right) = 1.254 \cdot 10^4 \text{ kgf}$$

Dirección larga:

$$W_u \cdot \frac{\left(\frac{L1}{100}\right)^2}{4} = 1.29 \cdot 10^4 \text{ kgf}$$

Para todos los tramos

Losas

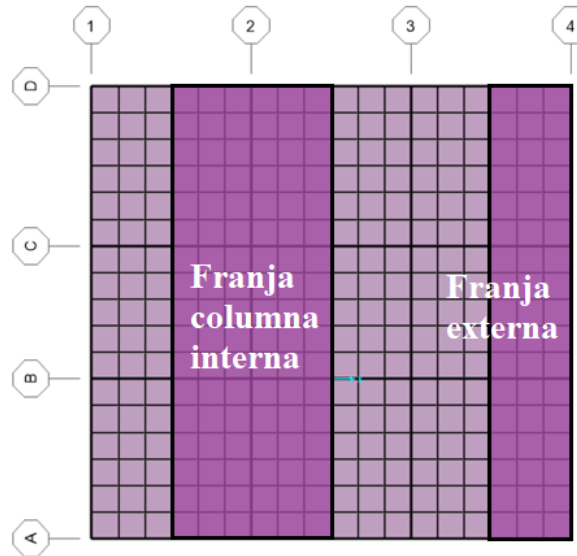
Dirección Corta

$$\frac{W_u \cdot \frac{L1}{100}}{2} = 4.298 \cdot 10^3 \text{ Kgf} \quad \frac{W_u \cdot \frac{L2b}{100}}{2} = 3.582 \cdot 10^3 \text{ Kgf}$$

Dirección Larga

$$\frac{W_u \cdot \frac{L1}{100}}{2} = 4.298 \cdot 10^3 \text{ kgf}$$

Para la longitud corta los resultados fueron los siguientes



Tramo	Tipo de momento	Momento	Franja columna				Franja intermedia
			%	Momento	M. viga	M. losa	
1-2'	M neg ext	15755.488	92.818	14623.929	12430.340	2193.589	1131.559
	M positivo	14630.814	75	10973.111	9327.144	1645.967	3657.704
	M neg inter	22386.358	75	16789.769	14271.303	2518.465	5596.590
2-3'	M neg inter	14959.26	69	10321.889	8773.606	1548.283	4637.371
	M positivo	7798.28	69	5380.813	4573.691	807.122	2417.467
	M neg inter	14940.26	69	10308.779	8762.462	1546.317	4631.481
3-4'	M neg inter	15755.488	92.818	14623.929	12430.340	2193.589	1131.559
	M positivo	14629.814	75	10972.361	9326.506	1645.854	3657.454
	M neg inter	22386.358	75	16789.769	14271.303	2518.465	5596.590
1-2'	M neg inter	8937.14	87.192	7792.471	6623.600	1168.871	1144.669
	M positivo	6872.61	75	5154.458	4381.289	773.169	1718.153
	M neg inter	11017.6	75	8263.200	7023.720	1239.480	2754.400
2-3'	M neg inter	7240	69	4995.600	4246.260	749.340	2244.400
	M positivo	4129.27	69	2849.196	2421.817	427.379	1280.074
	M neg inter	7240	69	4995.600	4246.260	749.340	2244.400
3-4'	M neg inter	8937.14	87.192	7792.471	6623.600	1168.871	1144.669
	M positivo	6872.61	75	5154.458	4381.289	773.169	1718.153
	M neg inter	11017.6	75	8263.200	7023.720	1239.480	2754.400

Tabla 28. Distribución de Momentos para la Franja Columna Externa e Interna

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Ejes	Tramo	Franja intermedia	Longitud de la seccion de franja	
			L1/2=3 m	L1/2=3 m
2 y 3	1-2'	1131.559	377.1863827	377.1863827
		3657.704	1219.2345	1219.2345
		5596.590	1865.529833	1865.529833
	2-3'	4637.371	1545.7902	1545.7902
		2417.467	805.8222667	805.8222667
		4631.481	1543.826867	1543.826867
	3-4'	1131.559	377.1863827	377.1863827
		3657.454	1219.151167	1219.151167
		5596.590	1865.529833	1865.529833

Tabla 29. Distribución de Momentos para la Franja intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

4.2.2.4 Sap2000

Momentos

M11 (luz corta)

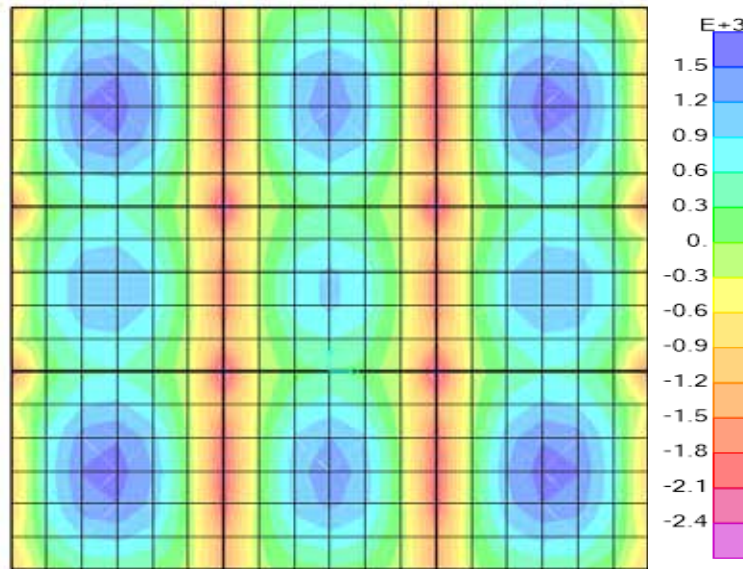


Figura 44. Mapa de colores de M11 para la losa del edificio

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

M22 (luz larga)

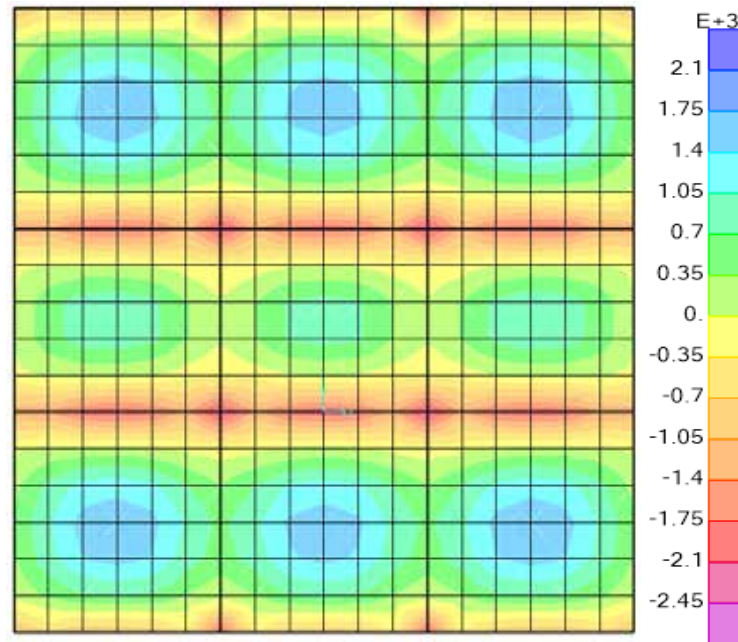


Figura 45. Mapa de colores de M22 para la losa del edificio

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Momentos positivos		
Paño de losa	Luz Larga (M22)	Luz Corta (M11)
1	1675.2599	1644.7242
2	1605.8466	1396.9699
3	1675.2599	1644.7242
4	944.7884	1200.6903
5	835.3965	962.934
6	944.7884	1200.6903
7	1675.2599	1644.7242
8	1605.8466	1396.9699
9	1675.2599	1644.7242

Tabla 30. Momentos Positivos para la Franja intermedia por Sap2000

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Momentos negativos		
Paño de losa	Luz Larga (M22)	Luz Corta (M11)
1	1991.70256	2248.47698
2	1963.58734	2248.47698
3	1991.70256	2248.47698
4	1991.70256	1844.0453
5	1963.58734	1844.0453
6	1991.70256	1844.0453
7	1991.70256	2248.47698
8	1963.58734	2248.47698
9	1991.70256	2248.47698

Tabla 31. Momentos Negativos para la Franja intermedia por Sap2000

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Corte

Corte en la longitud larga (V23)

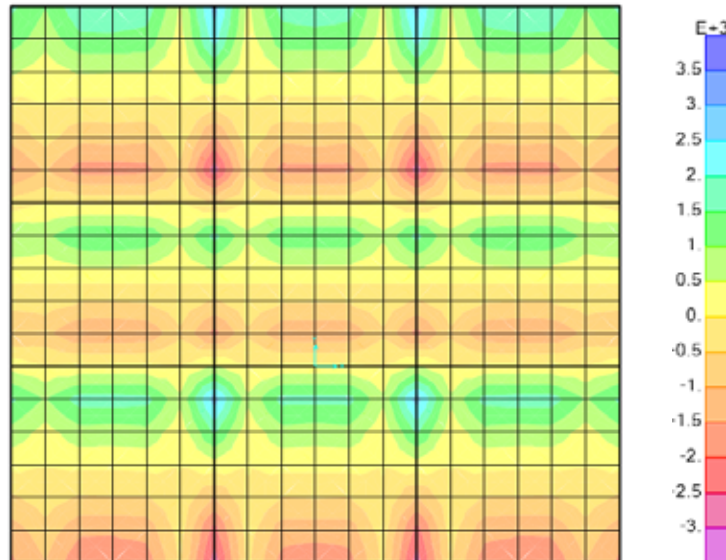


Figura 46. Mapa de colores de V23 para la losa del edificio

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Corte en la longitud corta (V13)

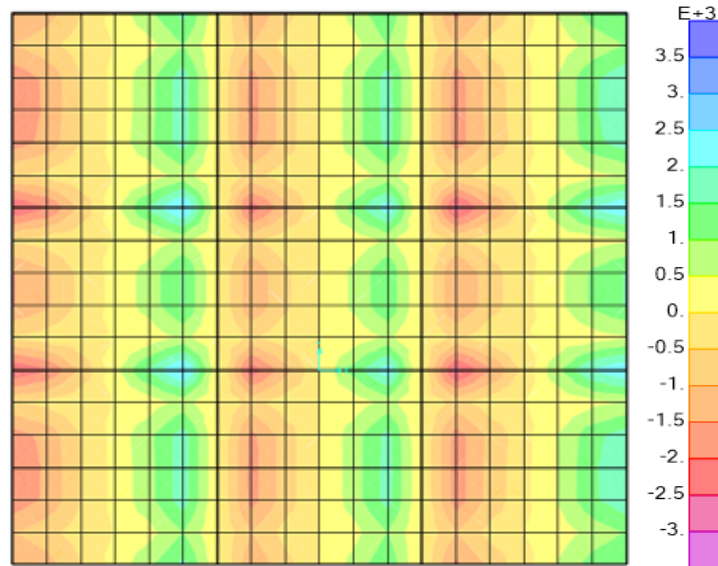


Figura 47. Mapa de colores de V13 para la losa del edificio

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

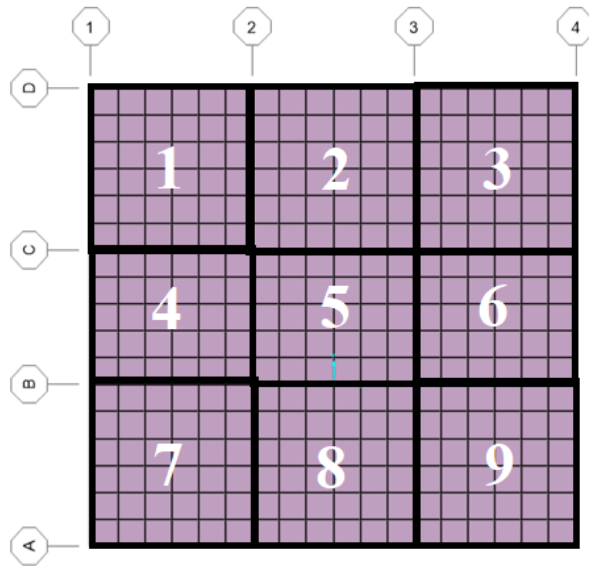
Corte		
Paño de losa	Luz Larga (V23)	Luz Corta (V13)
1	2792.637	2540.99
2	2792.637	2331.017
3	2792.637	2717.52
4	1674.67	2540.99
5	1674.67	2331.017
6	1674.67	2717.52
7	2792.637	2540.99
8	2792.637	2331.017
9	2792.637	2717.52

Tabla 32. Corte para la Franja intermedia por Sap2000

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

4.2.2.5 Relación de resultados

La siguiente relación se hizo comparando los resultados para cada paño de losa que conforma la losa del edificio



Relación de momento

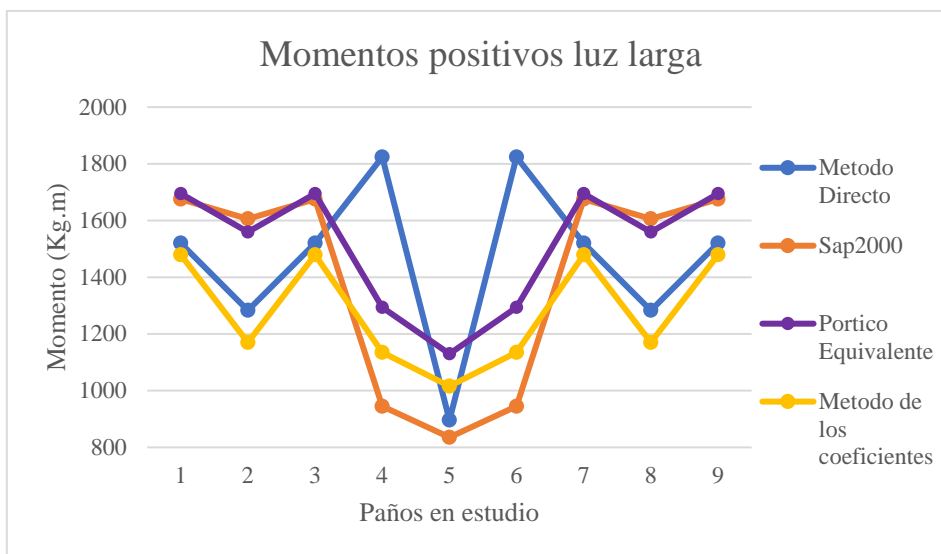
Para los momentos positivos

En luz larga

Paño de losa	Método de los coeficientes	Método Directo	Pórtico Equivalente	Sap2000
1	1479.0816	1520	1694.873	1675.2599
2	1169.856	1283	1559.55	1605.8466
3	1479.0816	1520	1694.873	1675.2599
4	1134.96	1824	1293.858	944.7884
5	1015.68	896	1129.833	835.3965
6	1134.96	1824	1293.858	944.7884
7	1479.0816	1520	1694.873	1675.2599
8	1169.856	1283	1559.55	1605.8466
9	1479.0816	1520	1694.873	1675.2599

Tabla 33. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 17. Relación de Momentos Positivos Luz Larga para la Franja Intermedia

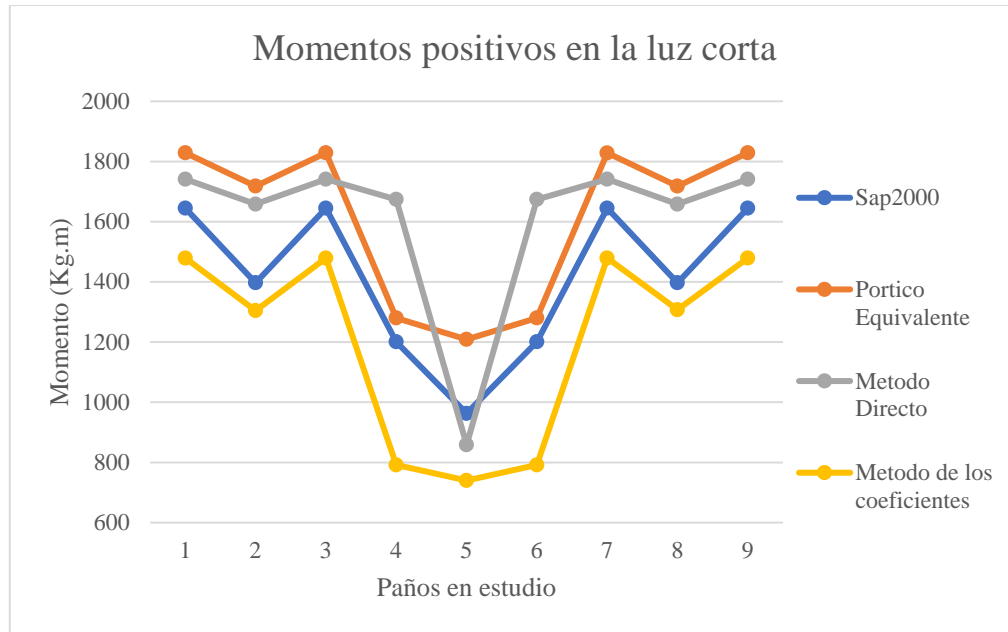
Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

En luz corta

Paño de losa	Método de los coeficientes	Método Directo	Pórtico Equivalente	Sap2000
1	1479.0816	1741.33333	1828.8517	1644.7242
2	1304.3184	1658.33333	1718.153	1396.9699
3	1479.0816	1741.33333	1828.8517	1644.7242
4	791.5104	1674	1280.074	1200.6903
5	739.9296	858.666667	1208.7334	962.934
6	791.5104	1674	1280.074	1200.6903
7	1479.0816	1741.33333	1828.517	1644.7242
8	1307.3184	1658.33333	1718.153	1396.9699
9	1479.0816	1741.33333	1828.8517	1644.7242

Tabla 34. Relación de Momentos Positivos Luz Corta para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 18. Relación de Momentos Positivos Luz Corta para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

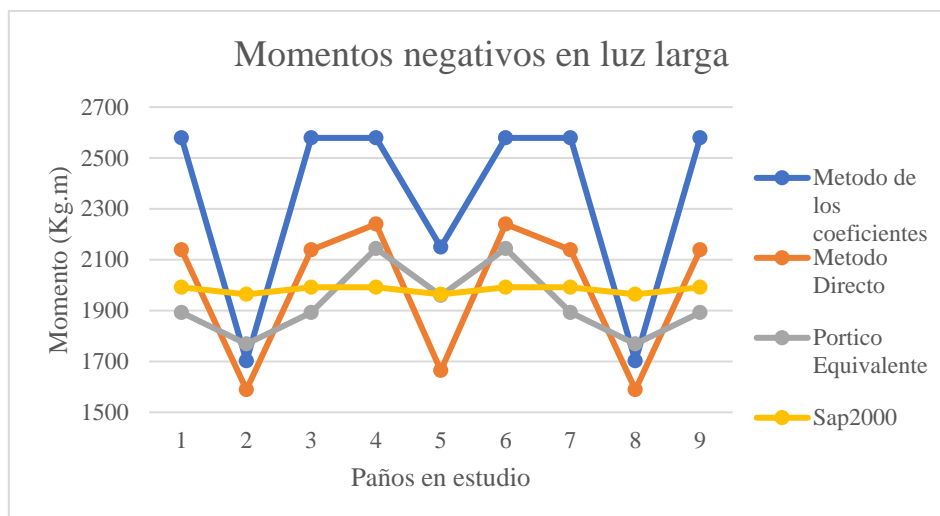
Para los momentos negativos

En luz larga

Paño de losa	Método de los coeficientes	Método Directo	Pórtico Equivalente	Sap2000
1	2579.04	2138.66667	1892.35	1991.70256
2	1702.17	1588.66667	1768.58867	1963.58734
3	2579.04	2138.66667	1892.35	1991.70256
4	2579.04	2240	2143.8472	1991.70256
5	2149.2	1664	1959.284	1963.58734
6	2579.04	2240	2143.8472	1991.70256
7	2579.04	2138.66667	1892.35	1991.70256
8	1702.17	1588.66667	1768.58867	1963.58734
9	2579.04	2138.66667	1892.35	1991.70256

Tabla 35. Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 19. Relación de Momentos Negativos Luz Larga para la Franja Intermedia

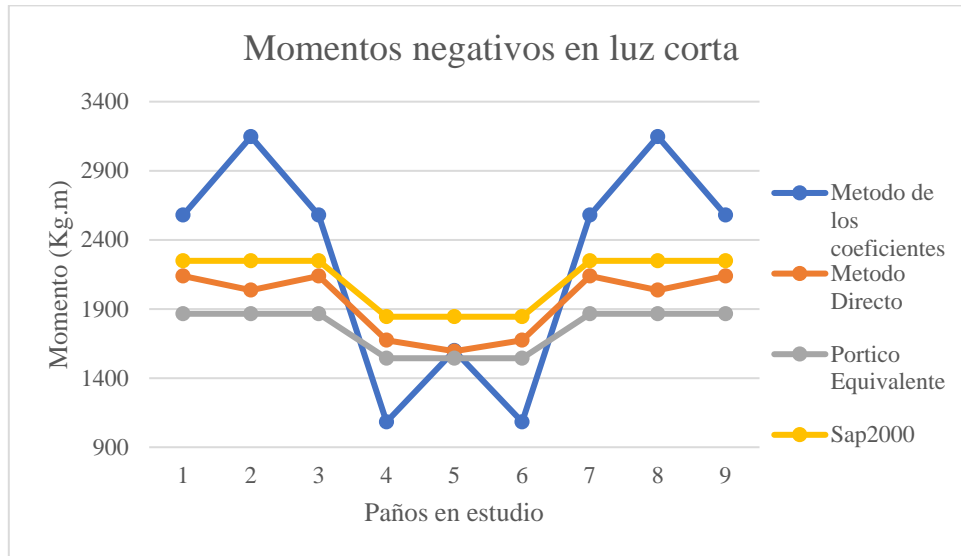
Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

En luz corta

Paño de losa	Método de los Coeficientes	Método Directo	Pórtico Equivalente	Sap2000
1	2579.04	2138.66667	1865.53	2248.47698
2	3146.43	2036.33333	1865.53	2248.47698
3	2579.04	2138.66667	1865.53	2248.47698
4	1083.2	1674	1543.82667	1844.0453
5	1599	1594.66667	1543.82667	1844.0453
6	1083.2	1674	1543.82667	1844.0453
7	2579.04	2138.66667	1865.53	2248.47698
8	3146.43	2036.33333	1865.53	2248.47698
9	2579.04	2138.66667	1865.53	2248.47698

Tabla 36. Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 20. Relación de Momentos Negativos Luz Corta para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

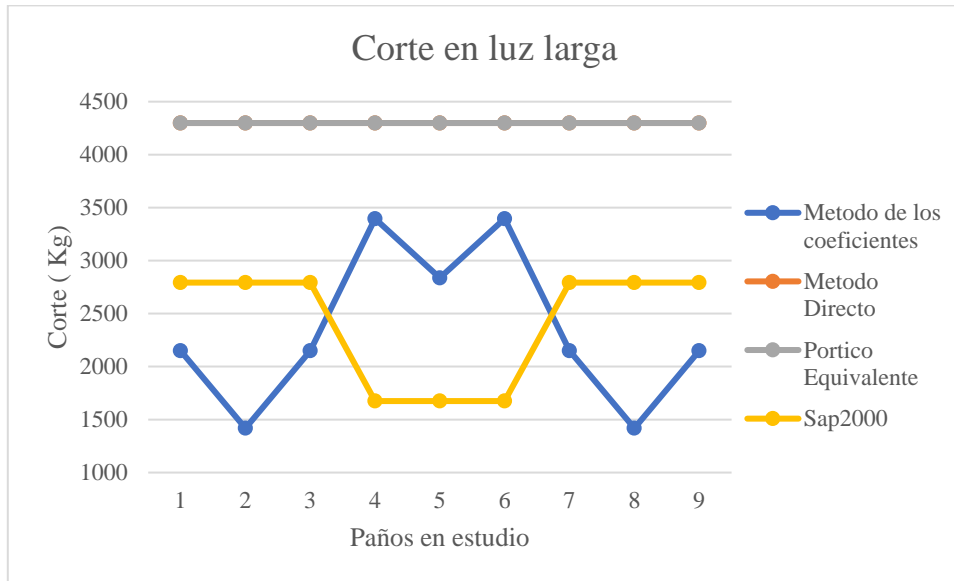
Relación de corte

Para la luz larga

Paño de losa	Método de los Coeficientes	Método Directo	Pórtico Equivalente	Sap2000
1	2149.2	4298.4	4298.4	2792.637
2	1418.472	4298.4	4298.4	2792.637
3	2149.2	4298.4	4298.4	2792.637
4	3395.736	4298.4	4298.4	1674.67
5	2836.944	4298.4	4298.4	1674.67
6	3395.736	4298.4	4298.4	1674.67
7	2149.2	4298.4	4298.4	2792.637
8	1418.472	4298.4	4298.4	2792.637
9	2149.2	4298.4	4298.4	2792.637

Tabla 37. Relación de Corte Luz Larga para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 21. Relación de Corte Luz Larga para la Franja Intermedia

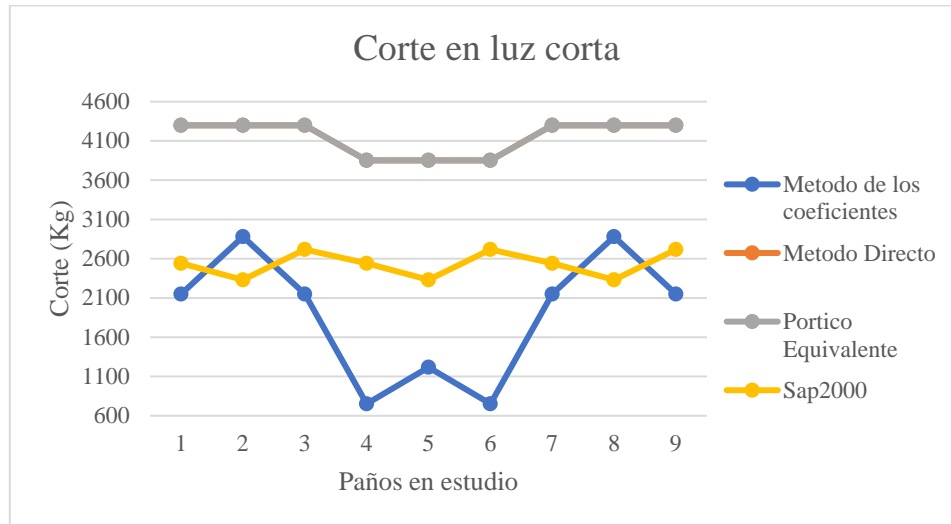
Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Para la luz corta

Paño de losa	Método de los Coeficientes	Método Directo	Pórtico Equivalente	Sap2000
1	2149.2	4298.4	4298.4	2540.99
2	2879.928	4298.4	4298.4	2331.017
3	2149.2	4298.4	4298.4	2717.52
4	752.22	3852	3852	2540.99
5	1217.88	3852	3852	2331.017
6	752.22	3852	3852	2717.52
7	2149.2	4298.4	4298.4	2540.99
8	2879.928	4298.4	4298.4	2331.017
9	2149.2	4298.4	4298.4	2717.52

Tabla 38. Relación de Corte Luz Corta para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



Grafica 22. Relación de Corte Luz Corta para la Franja Intermedia

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Luz	Paño	Método de los coeficientes (%)	Método directo (%)	Método del pórtico equivalente (%)
Luz larga	1	-29,938	35,031	35,031
	2	-96,876	35,031	35,031
	3	-29,938	35,031	35,031
	4	50,683	61,040	61,040
	5	40,969	61,040	61,040
	6	50,683	61,040	61,040
	7	-29,938	35,031	35,031
	8	-96,876	35,031	35,031
	9	-29,938	35,031	35,031
Luz corta	1	-18,230	40,885	40,885
	2	19,060	45,770	45,770
	3	-26,443	36,778	36,778
	4	-237,799	34,035	34,035
	5	-91,400	39,486	39,486
	6	-261,267	29,452	29,452
	7	-18,230	40,885	40,885
	8	19,060	45,770	45,770
	9	-26,443	36,778	36,778

Tabla 39. Comparativa de los métodos con respecto a Sap2000 para el cálculo de corte

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

Tipo de momento	Luz	Paño	Método de los coeficientes (%)	Método directo (%)	Método del pórtico equivalente (%)
Momentos positivos	Luz larga	1	-13,264	-10,214	1,157
		2	-37,269	-25,163	-2,969
		3	-13,264	-10,214	1,157
		4	16,756	48,202	26,979
		5	17,750	6,764	26,060
		6	16,756	48,202	26,979
		7	-13,264	-10,214	1,157
		8	-37,269	-25,163	-2,969
		9	-13,264	-10,214	1,157
	Luz corta	1	-11,199	5,548	10,068
		2	-7,103	15,761	18,694
		3	-11,199	5,548	10,068
		4	-51,696	28,274	6,201
		5	-30,139	-12,143	20,335
		6	-51,696	28,274	6,201
		7	-11,199	5,548	10,051
		8	-6,858	15,761	18,694
		9	-11,199	5,548	10,068
Momentos negativos	Luz larga	1	22,773	6,872	-5,250
		2	-15,358	-23,600	-11,026
		3	22,773	6,872	-5,250
		4	22,773	11,085	7,097
		5	8,636	-18,004	-0,220
		6	22,773	11,085	7,097
		7	22,773	6,872	-5,250
		8	-15,358	-23,600	-11,026
		9	22,773	6,872	-5,250
	Luz corta	1	12,817	-5,135	-20,528
		2	28,539	-10,418	-20,528
		3	12,817	-5,135	-20,528
		4	-70,241	-10,158	-19,446
		5	-15,325	-15,638	-19,446
		6	-70,241	-10,158	-19,446
		7	12,817	-5,135	-20,528
		8	28,539	-10,418	-20,528
		9	12,817	-5,135	-20,528

Tabla 40. Comparativa de los métodos con respecto a Sap2000 para el cálculo de momentos

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María

CONCLUSIONES

Después de analizar los resultados por los distintos estudios realizado y compararlos se pudo concluir lo siguiente:

Parte 1

- El Método de los Coeficientes, con respecto al Método de los Elementos Finitos, tiende a arrojar para las longitudes largas, momentos cada vez más pequeños a medida que incrementa la relación de luces o cuando esta se acerca a 2, presentando variaciones de hasta un 78%, cuando se tiene dicha relación, generalmente para casos de paños de losa simétricos respecto a sus ejes transversales. Esto debido a que es un método antiguo, de naturaleza empírica, poco desarrollado en comparación al MEF; basado en teorías elásticas, que no considera el comportamiento flexional ni torsional de otros elementos estructurales. Por esta razón, el método tiende a arrojar momentos elevados en la dirección corta de estudio con respecto a SAP2000 a medida que incrementa la relación de luces (siendo las variaciones más elevadas de un 45 a 74% para relaciones de luces entre 1.6 y 2).
- Para el caso de estudio de paños de losas que presentan solo un lado discontinuo, el Método Directo arroja resultados alejados de los obtenidos mediante el uso del Método de los Elementos Finitos, presentando déficits de hasta un 59% en los momentos positivos, para la dirección en la que se encuentra dicho lado. Ello se debe, al igual que el Método de los Coeficientes, a que el Método Directo es un método semi-empírico, donde la distribución de momentos no se realiza en base

a un análisis profundo del comportamiento de cada elemento estructural con respecto a la losa en estudio.

- Con el Método Directo se obtienen resultados más aproximados a los obtenidos por Método de Elementos Finitos para paños de losa que poseen simetría respecto a sus dos ejes transversales (como en los casos de estudio 2 y 4); presentando una diferencia máxima de un 30% con el segundo. Esto también debido a la naturaleza semi-empírica del mismo.

Parte 2

- Los cortes calculados por el Método del Pórtico Equivalente y el Método Directo de Diseño presentan una variación de 30% al 60% con respecto a el software de última generación SAP2000, debido a que ambas metodologías realizan un cálculo normativo de dicha fuerza sin tomar en cuenta el espesor de la losa ni las dimensiones de los demás elementos estructurales que puedan existir en la edificación.
- El Método del Pórtico Equivalente fue la metodología que presentó la menor variación en la estimación de momentos tanto positivos como negativos con respecto a SAP2000 presentando un valor de variación entre 0.2% y 26%; todo esto es debido a que esta metodología estudia el comportamiento de cada uno de los componentes de la estructura; estudios totalmente analíticos que asemejan los procedimientos realizados por el Método de los Elementos Finitos.
- El Método de los Coeficientes es el método que presenta la mayor variación con respecto al software de última generación SAP2000 para la estimación de momentos negativos, presentando valores de hasta el 70%, ya que en este método se asumen empotramientos perfectos en los bordes continuos de cada paño de losa, para fines de simplificación de cálculos y reducción de la complejidad de los mismos dado a que se trata de un método muy antiguo

en comparación a las metodologías más modernas como el método de los elementos finitos.

- El Método Directo presenta mejores resultados en la estimación de momentos positivos cuando se estudian paños de losas centrales y esquineros, presentando un valor de variación respecto a SAP2000 entre 5-15% para ambos casos; el método presenta una mayor variación para dicho momento cuando el paño de losa presenta un borde discontinuo, ya sea para luz corta o para luz larga, siendo el valor de la variación entre 15-48% con respecto a SAP2000; todo esto dado a las consideraciones que asume la metodología debido a su origen empírico.

RECOMENDACIONES

- Tanto el Método de Pórtico Equivalente como el uso de software estructural son los métodos recomendados si se desea obtener los resultados más precisos
- Solo es recomendable el uso de Método de los Coeficientes para estructuras de poca magnitud, siempre que se garantice que se aplicará a paños de losas cuyas relaciones de luces se aleja de dos; así como también, exista la certeza de que los sistemas de vigas son lo suficientemente rígidos como para que el método arroje resultados más cercanos a los reales.
- Puede utilizarse el Método Directo para estructuras similares a la descrita anteriormente, pero con menor cantidad de limitaciones con respecto a las relaciones de luces y la estimación de la rigidez de las vigas. Esto último, dado que en el procedimiento de cálculo se efectúa una verificación de estas rigideces.
- Este trabajo investigativo debería ampliarse para una comparación de sistemas de placas y losas planas, utilizando los métodos de diseño del Código ACI 318-14 y software estructural como SAFE, ETABS o SAP2000
- Diseñar una metodología de cálculo de corte que pueda sustituir la implementada en el Método Directo y en el Método del Pórtico Equivalente
- Se recomienda la realización de un trabajo investigativo que tenga como objetivo el análisis de la utilización de estas metodologías en el campo laboral tomando en cuenta el testimonio de un grupo de ingenieros calculistas con experiencia en el cálculo y diseño de losas armadas en dos direcciones

REFERENCIAS

Bibliográficas

Instituto Americano de Concreto (1963) **Requisitos de reglamento para concreto estructural ACI 318-63**. Michigan, Estados Unidos

Instituto Americano de Concreto (1989) **Requisitos de reglamento para concreto estructural ACI 318-89**. Michigan, Estados Unidos

Instituto Americano de Concreto (2014) **Requisitos de reglamento para concreto estructural ACI 318-14**. Michigan, Estados Unidos

García, Juan O. (1988) **Concreto Armado I**. Universidad Católica Ricardo Palma. Primera Edición. Lima, Perú.

García, Juan O. (1988) **Concreto Armado II**. Universidad Católica Ricardo Palma. Primera Edición. Lima, Perú.

McCormac, Jack y Brown, Russell (2011) **Diseño de Concreto Reforzado**. Editorial Alfaomega. Octava Edición. México.

Fratelli, María G (1998) **Diseño Estructural en Concreto Armado**. María Graciela Fratelli. Primera Edición. Caracas, Venezuela.

Nilso, Arthur H. (1999) **Diseño de Estructuras de Concreto**. Editorial McGraw Hill. Duodécima Edición. Bogotá, Colombia.

Arias, F. (2012) **El Proyecto de Investigación. Introducción a la Metodología Científica**. Editorial Espíteme. Sexta Edición. Caracas, Venezuela.

Electrónicas

Asociación de cemento Portland (2002). **Notas sobre ACI 318-02**:
http://www.inti.gob.ar/cirsoc/bibliografia_especifica_2005_07.html










Equipo de colaboradores y profesionales de la revista ARQHYS.com. (2017). **Losas en dos direcciones**:
<http://www.arqhys.com/construccion/losas-dos-direcciones.html>

González, Edilio (2015). **Losas**:
<https://es.slideshare.net/EdilioGonzalez/losas-definicion-y-clasificacion>

Ingeniería Civil (2010). **Propiedades del Acero**

ANEXOS










donde w = carga muerta mas carga viva uniforme total

Relación	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
—									
1.00		0.045 0.045	0.076	0.050 0.050	0.075	0.071	0.071	0.033 0.061	0.061 0.033
0.95		0.050 0.041	0.072	0.055 0.045	0.079	0.075	0.067	0.038 0.056	0.065 0.029
0.90		0.055 0.037	0.070	0.060 0.034	0.080	0.079	0.062	0.043 0.052	0.068 0.025
0.85		0.060 0.031	0.065	0.066 0.040	0.082	0.083	0.057	0.049 0.046	0.072 0.021
0.80		0.065 0.027	0.061	0.071 0.029	0.083	0.086	0.051	0.055 0.041	0.075 0.017
0.75		0.069 0.022	0.056	0.076 0.024	0.085	0.088	0.044	0.061 0.036	0.078 0.014
0.70		0.074 0.017	0.050	0.081 0.019	0.086	0.091	0.038	0.068 0.029	0.081 0.011
0.65		0.077 0.014	0.043	0.085 0.015	0.087	0.093	0.031	0.074 0.024	0.083 0.008
0.60		0.081 0.010	0.035	0.089 0.011	0.088	0.095	0.024	0.080 0.018	0.085 0.006
0.55		0.084 0.007	0.028	0.092 0.008	0.089	0.096	0.019	0.085 0.014	0.086 0.005
0.50		0.086 0.006	0.022	0.094 0.006	0.090	0.097	0.014	0.089 0.010	0.088 0.003

ANEXO A. Coeficientes para momentos positivos debidos a carga muerta

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto










donde w = carga muerta uniforme total

Relación	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
—									
1.00	0.036 0.036	0.018 0.018	0.018 0.027	0.027 0.027	0.027 0.018	0.033 0.027	0.027 0.033	0.020 0.023	0.023 0.020
0.95	0.040 0.033	0.020 0.016	0.021 0.025	0.030 0.024	0.028 0.015	0.036 0.024	0.031 0.031	0.022 0.021	0.024 0.017
0.90	0.045 0.029	0.022 0.014	0.025 0.024	0.033 0.022	0.029 0.013	0.039 0.021	0.035 0.028	0.025 0.019	0.026 0.015
0.85	0.050 0.026	0.024 0.012	0.029 0.022	0.036 0.019	0.031 0.011	0.042 0.017	0.040 0.025	0.029 0.017	0.028 0.013
0.80	0.056 0.023	0.026 0.011	0.034 0.020	0.039 0.016	0.032 0.009	0.045 0.015	0.045 0.022	0.032 0.015	0.029 0.010
0.75	0.061 0.019	0.028 0.009	0.040 0.018	0.043 0.013	0.033 0.007	0.048 0.012	0.051 0.020	0.036 0.013	0.031 0.007
0.70	0.068 0.016	0.030 0.007	0.046 0.016	0.046 0.011	0.035 0.005	0.051 0.009	0.058 0.017	0.040 0.011	0.033 0.006
0.65	0.074 0.013	0.032 0.006	0.054 0.014	0.050 0.009	0.036 0.004	0.054 0.007	0.065 0.014	0.044 0.009	0.034 0.005
0.60	0.081 0.010	0.034 0.004	0.062 0.011	0.053 0.007	0.037 0.003	0.056 0.006	0.073 0.012	0.048 0.007	0.036 0.004
0.55	0.088 0.008	0.035 0.003	0.071 0.009	0.056 0.005	0.038 0.002	0.058 0.004	0.081 0.009	0.052 0.005	0.037 0.003
0.50	0.095 0.006	0.037 0.002	0.080 0.007	0.059 0.004	0.039 0.001	0.061 0.003	0.089 0.007	0.056 0.004	0.038 0.002

ANEXO B. Coeficientes para momentos negativos debidos a carga muerta en losas

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto

donde w = carga muerta uniforme total

Relación	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
—									
1.00	0.036 0.036	0.027 0.027	0.027 0.032	0.032 0.032	0.032 0.027	0.035 0.032	0.032 0.035	0.028 0.030	0.030 0.028
0.95	0.040 0.033	0.030 0.025	0.031 0.029	0.035 0.029	0.034 0.024	0.038 0.029	0.036 0.032	0.031 0.027	0.032 0.025
0.90	0.045 0.029	0.034 0.022	0.035 0.027	0.039 0.026	0.037 0.021	0.042 0.025	0.040 0.029	0.035 0.024	0.036 0.022
0.85	0.050 0.026	0.037 0.019	0.040 0.024	0.043 0.023	0.041 0.019	0.046 0.022	0.045 0.026	0.040 0.022	0.039 0.020
0.80	0.056 0.023	0.041 0.017	0.045 0.022	0.048 0.020	0.044 0.016	0.051 0.019	0.051 0.023	0.044 0.019	0.042 0.017
0.75	0.061 0.019	0.045 0.014	0.051 0.019	0.052 0.016	0.047 0.013	0.055 0.016	0.056 0.020	0.049 0.016	0.046 0.013
0.70	0.068 0.016	0.049 0.012	0.057 0.016	0.057 0.014	0.051 0.011	0.060 0.013	0.063 0.017	0.054 0.014	0.050 0.011
0.65	0.074 0.013	0.053 0.010	0.064 0.014	0.062 0.011	0.055 0.009	0.064 0.010	0.070 0.014	0.059 0.011	0.054 0.009
0.60	0.081 0.010	0.058 0.007	0.071 0.011	0.067 0.009	0.059 0.007	0.068 0.008	0.077 0.011	0.065 0.009	0.059 0.007
0.55	0.088 0.008	0.062 0.006	0.080 0.009	0.072 0.007	0.063 0.005	0.073 0.006	0.085 0.009	0.070 0.007	0.063 0.006
0.50	0.095 0.006	0.066 0.004	0.088 0.007	0.077 0.005	0.067 0.004	0.078 0.005	0.092 0.007	0.076 0.005	0.067 0.004

ANEXO C. Coeficientes para momentos negativos debidos a cargas vivas en losas

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto

Relación	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
—									
1.00	0.50 0.50	0.50 0.50	0.17 0.83	0.50 0.50	0.83 0.17	0.71 0.29	0.29 0.71	0.33 0.67	0.67 0.33
0.95	0.55 0.45	0.55 0.45	0.20 0.80	0.55 0.45	0.86 0.14	0.75 0.25	0.33 0.67	0.38 0.62	0.71 0.29
0.90	0.60 0.40	0.60 0.40	0.23 0.77	0.60 0.40	0.88 0.12	0.79 0.21	0.38 0.62	0.43 0.57	0.75 0.25
0.85	0.66 0.34	0.66 0.34	0.28 0.72	0.66 0.34	0.90 0.10	0.83 0.17	0.43 0.57	0.49 0.51	0.79 0.21
0.80	0.71 0.29	0.71 0.29	0.33 0.67	0.71 0.29	0.92 0.08	0.86 0.14	0.49 0.51	0.55 0.45	0.83 0.17
0.75	0.76 0.24	0.76 0.24	0.39 0.61	0.76 0.24	0.94 0.06	0.88 0.12	0.56 0.44	0.61 0.39	0.86 0.14
0.70	0.81 0.19	0.81 0.19	0.45 0.55	0.81 0.19	0.95 0.05	0.91 0.09	0.62 0.38	0.68 0.32	0.89 0.11
0.65	0.85 0.15	0.85 0.15	0.53 0.47	0.85 0.15	0.96 0.04	0.93 0.07	0.69 0.31	0.74 0.26	0.92 0.08
0.60	0.89 0.11	0.89 0.11	0.61 0.39	0.89 0.11	0.97 0.03	0.95 0.05	0.76 0.24	0.80 0.20	0.94 0.06
0.55	0.92 0.08	0.92 0.08	0.69 0.31	0.92 0.08	0.98 0.02	0.96 0.04	0.81 0.19	0.85 0.15	0.95 0.05
0.50	0.94 0.06	0.94 0.06	0.76 0.24	0.94 0.06	0.99 0.01	0.97 0.03	0.86 0.14	0.89 0.11	0.97 0.03

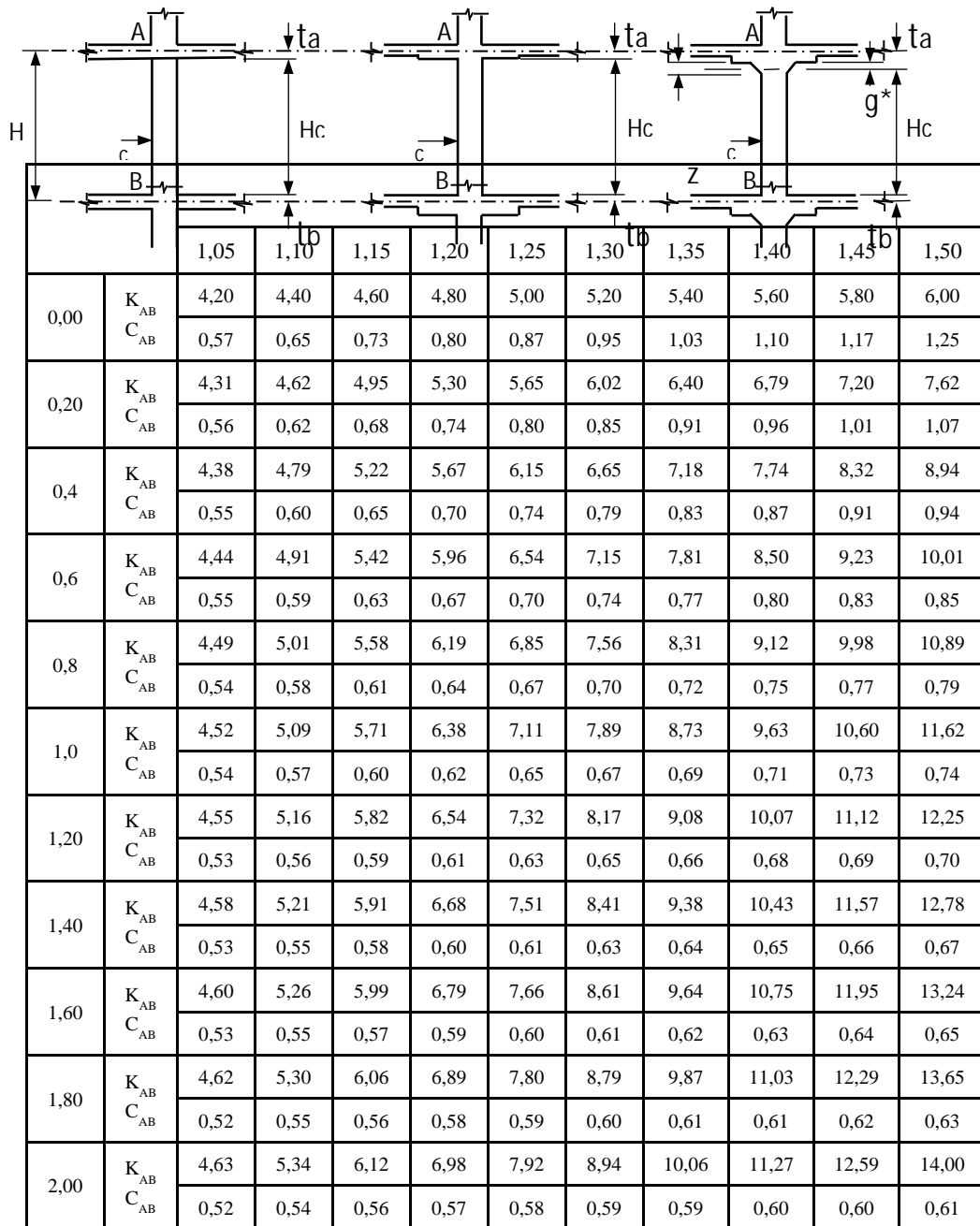
ANEXO D. Relación de la carga W que se transmite en las direcciones x y y para calcular el cortante en la losa y las cargas en los apoyos

Fuente: Nilson – Diseño de Estructuras de Concreto

α_{fm} ^[1]	Espesor mínimo, h , mm		
$\alpha_{fm} \leq 0.2$	Se aplica 8.3.1.1		(a)
$0.2 < \alpha_{fm} \leq 2.0$	Mayor de:	$h = \frac{\ell_n \left(0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_{fm} - 0.2)}$	(b) ^{[2], [3]}
		125	(c)
$\alpha_{fm} > 2.0$	Mayor de:	$h = \frac{\ell_n \left(0.8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta}$	(d) ^{[2], [3]}
		90	(e)

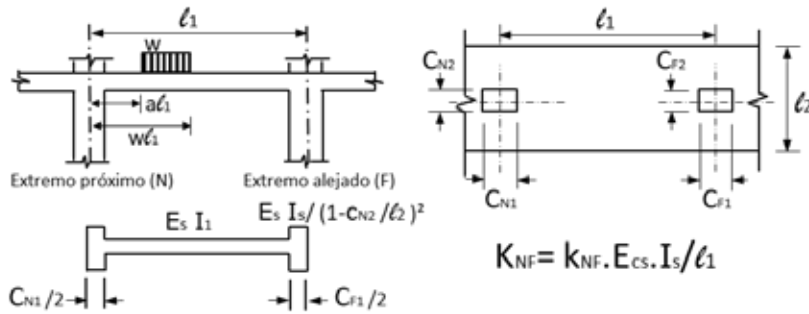
ANEXO E. Espesor mínimo de las losas de dos direcciones con vigas entre los apoyos en todos los lados

Fuente: ACI 318-14



ANEXO F. Factor de rigidez y coeficientes de continuidad para columnas

Fuente: Notas ACI 318-02

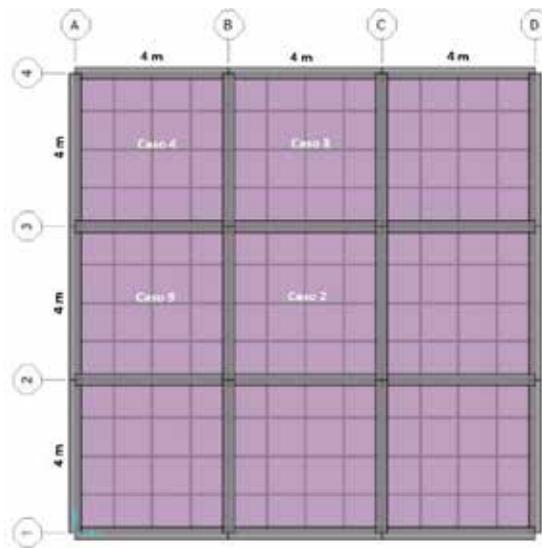


1	2			
0,10	0,00	4,00	0,50	0,0833
	0,10	4,18	0,51	0,0847
	0,20	4,36	0,52	0,0860
	0,30	4,53	0,54	0,0872
	0,40	4,70	0,55	0,0882
0,20	0,00	4,00	0,50	0,0833
	0,10	4,35	0,52	0,0857
	0,20	4,72	0,54	0,0880
	0,30	5,11	0,56	0,0901
	0,40	5,51	0,58	0,0921
0,30	0,00	4	0,50	0,0833
	0,10	4,49	0,53	0,0863
	0,20	5,05	0,56	0,0893
	0,30	5,69	0,59	0,0923
	0,40	6,41	0,61	0,0951
0,40	0,00	4	0,50	0,0833
	0,10	4,61	0,53	0,0866
	0,20	5,35	0,56	0,0901

	0,30	6,25	0,60	0,0936
	0,40	7,37	0,64	0,0971

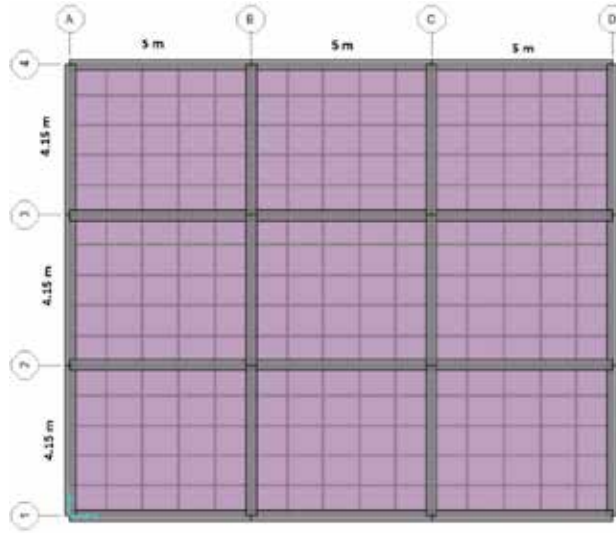
ANEXO G. Constante de distribución de momentos de viga-placa

Fuente: Notas ACI 318-02



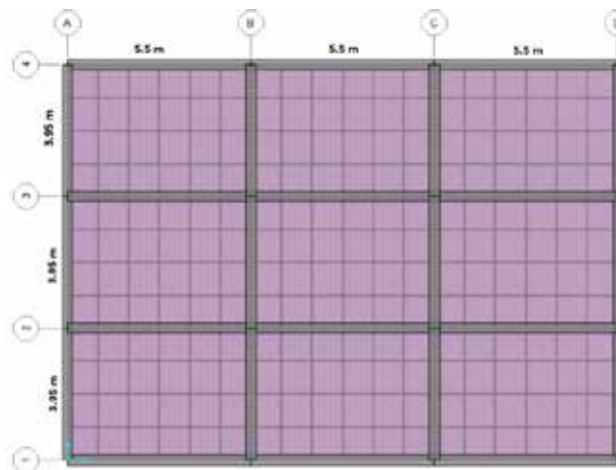
ANEXO H. Losa compuesta por paños de losas con una relación de luces igual a 1

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



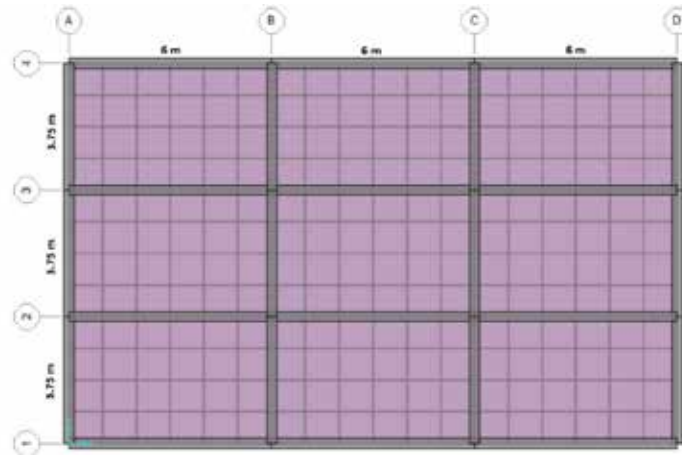
ANEXO I. Losa compuesta por paños de losas con una relación de luces igual a 1.2

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



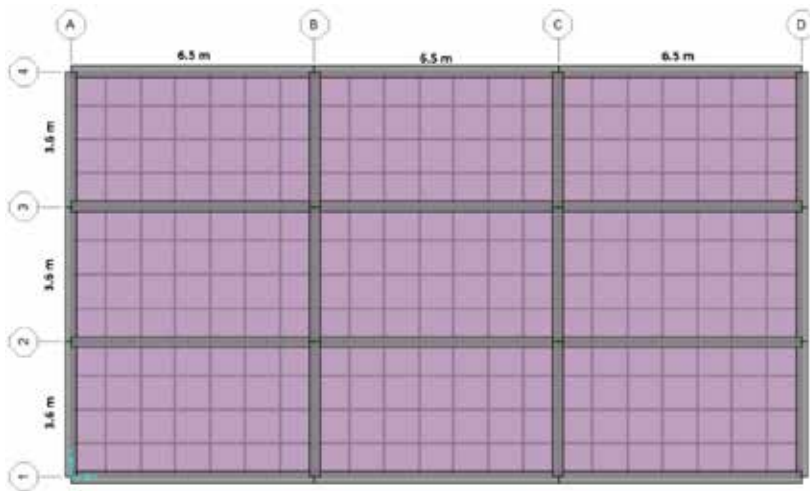
ANEXO J. Losa compuesta por paños de losas con una relación de luces igual a 1.4

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



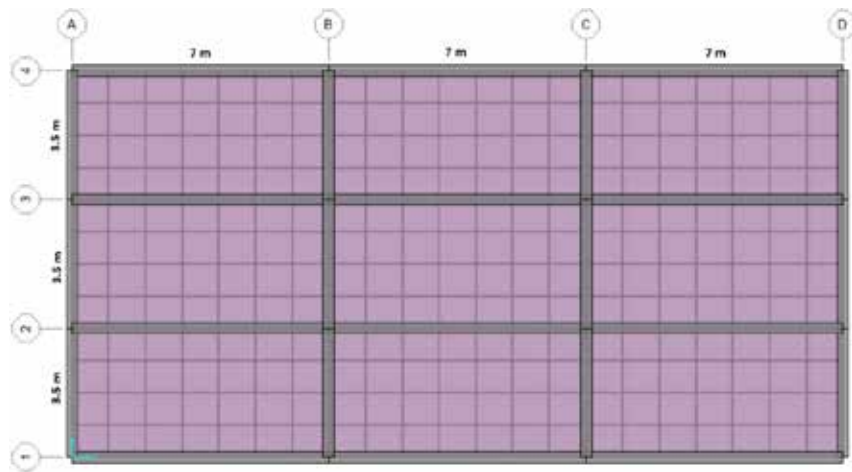
ANEXO K. Losa compuesta por paños de losas con una relación de luces igual a 1.6

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



ANEXO L. Losa compuesta por paños de losas con una relación de luces igual a 1.8

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María



**ANEXO M. Losa compuesta por paños de losas con una relación de luces igual a
2**

Fuente: Galindo, Valentina y Regina, María