



UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ

**ESTUDIO DEL FLUJO COMPRESIBLE
EN UNA TOBERA CONVERGENTE-
DIVERGENTE UTILIZANDO DINÁMICA
DE FLUIDOS COMPUTACIONAL**

Autor:

Raúl Evencio Echezuría Medina

C.I.: 17.434.349

Urb. Yuma II, Calle N° 3, Municipio San Diego
Teléfono: (0241) 8714240 (Master) - Fax: (0241) 871239



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

**ESTUDIO DEL FLUJO COMPRESIBLE EN UNA TOBERA
CONVERGENTE-DIVERGENTE UTILIZANDO DINÁMICA DE FLUIDOS
COMPUTACIONAL**

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
INGENIERO MECÁNICO

Autor: Raúl Evencio Echezuría Medina

C.I.: 17.434.349

Tutor: Ing. Gruber A. Caraballo V.

San Diego, Noviembre 2017



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Quien suscribe, Ingeniero Gruber A. Caraballo V. portador de la cédula de identidad N° 12.014.408, en mi carácter de tutor del trabajo de grado presentado por el ciudadano Raúl Evencio Echezuria Madína, cédula de identidad N° 17.434.349, titulado **“ESTUDIO DEL FLUJO COMPRESIBLE EN UNA TOBERA CONVERGENTE-DIVERGENTE UTILIZANDO DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL”** presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero Mecánico, considero que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En San Diego, a los 10 días del mes de octubre del año dos mil diecisiete.

Firma

Ing. Gruber A. Caraballo V.

C.I.: 12.014.408

AGRADECIMIENTOS

Una tesis es un trabajo que no solo es fruto del esfuerzo personal del estudiante, sino que necesita la ayuda de muchas personas, tanto a nivel académico como en el plano personal. Con estas líneas quisiera presentar mis agradecimientos a cada una de ellas.

Al profesor Gruber Caraballo, cuyo apoyo incondicional y guía fue crucial para la realización y culminación de este proyecto y mas que un profesor o tutor es un amigo y gran profesional.

También quisiera expandir mis gracias al profesor Donato Romanello que no dudo ni un segundo en brindarme la oportunidad de culminar mi carrera a pesar de los inconvenientes y de igual manera a la profesora Alicia de Pizella por su paciencia y los animos transmitidos.

A mi tia Inírida la cual ha sido como una madre a lo largo de mi vida y que siempre quiso compartir este momento junto a mi.

A mi papá, que nunca dejó de creer en mi, que siempre fue un apoyo moral y emocional para mí, sin tus consejos y sabiduría no creo haber podido lograr todo esto.

A Yenifer, mi novia y futura esposa, gracias por llenarme de animos y ayudarme durante los meses que mas te necesite es imposible expresar mediante palabras lo mucho que significa que estes a mi lado.

A mi mamá, que nunca bajó la guardia siempre me alentó y sufrió junto a mi, que siempre quiso que llegara hasta aquí, tu apoyo, tus ánimos, tu amor incondicional y tu convicción han sido las cosas que me han llevado hasta acá, gracias por siempre creer en mi y en lo que puedo hacer ¡lo logramos!.

ÍNDICE GENERAL

CONTENIDO	pp.
LISTADO DE TABLAS Y CUADROS	ix
LISTADO DE FIGURAS Y GRÁFICOS	ix
NOMENCLATURA	xi
CONSTANTES	xii
RESUMEN	xiii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO	
I EL PROBLEMA	
1.1 Planteamiento del problema.....	3
1.2 Formulación del problema.....	4
1.3 Objetivos de la investigación.....	4
1.3.1 Objetivo general.....	4
1.3.2 Objetivos específicos.....	4
1.4 Justificación.....	5
1.5 Alcance.....	6
1.6 Limitaciones.....	6
II MARCO TEÓRICO	
2.1. Antecedentes de la investigación.....	7
2.2. Bases teóricas.....	9
2.2.1 Expresiones para un gas ideal.....	9
2.2.2 Expresiones para la entropía.....	11
2.2.3 Velocidad del sónico y número de Mach.....	12
2.2.4 Flujo isentrópico.....	17
2.2.4.1 Flujo isentrópico con variación del área.....	17
2.2.4.2 Propiedades de estancamiento.....	19
2.2.4.3 Ecuaciones para condiciones críticas.....	22
2.2.5 Flujo isentrópico en toberas.....	23
2.2.5.1 Toberas convergente.....	23
2.2.5.2 Toberas convergente – divergente.....	25
2.2.6 Flujo de Fanno.....	28

2.2.7 Flujo de Rayleigh.....	30
2.2.8 Modelación matemática.....	31
2.2.9 Modelo de turbulencia eddy viscosity.....	34
2.2.10 Modelo de turbulencia kappa – épsilon ($k- \epsilon$).....	35
2.2.11 Modelo de turbulencia kappa – omega ($k- \omega$).....	36
2.2.12 Modelo shear stress transport (SST).....	37
2.2.13 Modelos de la capa límite.....	37
2.2.14 Modelos de distribución de las pérdidas.....	38
2.2.15 Modelo de aproximación límite.....	38
2.2.16 Modelo del espesor de capa fina.....	39
2.2.17 Niveles de aproximación numérica.....	40
2.2.18 Método de solución numérica.....	43
2.2.19 Procedimiento para la solución en CFD.....	44
2.2.20 Verificación de la geometría.....	46
2.2.21 Calidad de la malla.....	47
2.2.22 Criterio de convergencia (RMS).....	48
2.3 Definición de términos básicos.....	49
III	
MARCO METODOLÓGICO	
3.1 Tipo de la investigación.....	53
3.2 Diseño de investigación.....	53
3.3 Nivel de la investigación.....	53
3.4 Población y muestra.....	54
3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	54
3.6 Fases metodológicas.....	55
IV	
RESULTADOS	
4.1 Revisión de los documentos bibliográficos referenciales sobre el estudio del campo de flujo y su interacción a través de una tobera convergente – divergene.....	60
4.2 Aplicación de las ecuaciones de gobierno y condiciones físico-matemáticas al campo de flujo, para el estudio de una tobera convergente – divergente considerando la rugosidad absoluta.....	60

4.3 Aplicación de las ecuaciones de gobierno y condiciones físico-matemáticas al campo de flujo, para el estudio de una tobera convergente – divergente considerando la transferencia de calor.....	61
4.4 Discretización del dominio y establecimiento de las n condiciones de contorno del modelo.....	61
4.4.1 Selección y diseño de la tobera.....	61
4.4.2 Modelado dimensional CAD de la tobera convergente – divergente.....	61
4.4.3 Establcimiento de la geometría y el mallado.....	62
4.4.4 Configuración del dominio.....	63
4.4.5 Selección del modelo de turbulencia.....	64
4.5 Simulación de las propiedades del flujo y obtención de los resultados en forma de data y/o gráficas.....	65
4.5.1 Convergencia de los modelos de turbulencia	67
4.5.2 Convergencia de las simulaciones.....	70
4.5.3 Comportamineto de las líneas de flujo.....	74
4.5.4 Visualización de los resultados.....	
4.6 Descripción validación de los resultados con antecedentes o formulación de las hipótesis en base a una interpretación sin violar las leyes físicas.....	80
4.7 Análisis de resultados.....	83
4.7.1 Convergencia de la simulación.....	83
4.7.2 Comportamiento de las líneas de flujo.....	
CONCLUSIONES	85
RECOMENDACIONES	86
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	94
APÉNDICES	
APENDICE A	87
APENDICE B	91

LISTADO DE TABLAS Y CUADROS

CONTENIDO CUADRO	PP
1 Tipo de flujo según el número de Mach.....	19
2 Cronograma de actividades.....	68

LISTADO DE FIGURAS Y GRÁFICOS

FIGURA	
1 Propagación de una pequeña onda de presión a lo largo de una ducto.....	16
2 Volumen de control en una onda infinitesimal.....	16
3 Comportamiento de las propiedades del flujo según el área de la sección transversal del ducto.....	23
4 Efecto de la presión del receptor en la distribución de presión en una tobera convergente.....	28
5 Efecto de la presión del receptor en la distribución de presión en una tobera convergente – divergente.....	31
6 Diagrama $T-s$ para un flujo adiabático con fricción en un ducto de área constante (flujo de Fanno).....	34
7 Diagrama $T-s$ para el flujo en un ducto de área constante con transferencia de calor y de fricción despreciable (flujo de Rayleigh).....	35
8 Técnicas de aproximación numérica en MF.....	51
9 Ortogonalidad del mallado	55
10 Factor de expansión de la malla.....	56
11 Aspecto del radio de la malla (MeshAspect Ratio).....	56

NOMENCLATURA:

	Descripción	Unidad
--	--------------------	---------------

CONSTANTES:

Constante	Descripción	Valor
k	Constante del modelo de turbulencia k-	2
	Constante del modelo de turbulencia k-	2
	Constante del modelo de turbulencia k-	1,3
g	Aceleración de gravedad	9,81 m/s ²
	Constante de homogeneidad dimensional por vórtice	5/9
	Contante de homogeneidad dimensional para corrección de cantidad de movimiento	0,075

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD JOSÉ ANTONIO PÁEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE MECÁNICA

**ESTUDIO DEL FLUJO COMPRESIBLE EN UNA TOBERA
CONVERGENTE-DIVERGENTE UTILIZANDO DINÁMICA DE FLUIDOS
COMPUTACIONAL**

Autor: Raúl Evencio Echezuría Medina

Tutor: Ing. Gruber A. Caraballo V.

Fecha: Noviembre 2017

RESUMEN INFORMATIVO

La presente investigación muestra el estudio del flujo compresible en una tobera convergente – divergente mediante el uso de un programa de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Una tobera convergente – divergente es un ducto de sección transversal variable el cual es usado para acelerar el flujo que pasa a través de ella y así exista la posibilidad de alcanzar velocidades supersónicas a la salida del mismo. A partir de esto se estudia el comportamiento del campo de flujo a través de la tobera y como el mismo se ve afectado al modificar determinados factores, dichos factores para esta investigación constan de presencia de rugosidad absoluta y transferencia de calor en las paredes de la tobera. Es importante destacar que no existe un modelo matemático que permita estudiar la influencia de esos factores sobre el flujo, y por ello se utilizaron las ecuaciones de Navier-Stokes discretizadas y resueltas mediante el uso de un computador usando las técnicas de CFD, obteniéndose que para el caso de la influencia de la rugosidad absoluta de las paredes de la tobera, las variaciones en las propiedades del flujo son mínimas. Mientras que para la condición de adición de calor las variaciones en las propiedades del flujo como la velocidad, número de Mach y presión son más notables; generando ciertas modificaciones en el comportamiento del fluido. Estas variaciones se muestran en forma de curvas de propiedades en función de la longitud de la tobera y cambios de las mismas contra la temperatura.

Descriptor: Tobera convergente – divergente, CFD, simulación, flujo compresible, flujo isentrópico en toberas, flujo de Fanno, flujo de Rayleigh.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el uso de herramientas computacionales para la resolución de problemas ha venido en aumento debido a la gran versatilidad y a los diferentes campos de aplicación de la misma. La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD por sus siglas en inglés) es una técnica numérica de integración de métodos, que permite la realización de cálculos detallados de cualquier sistema complejo, en el cual intervengan fluidos, mediante la resolución de las ecuaciones fundamentales de conservación de materia, energía y cantidad de movimiento para la geometría particular de cada sistema considerado. Con este tipo de herramientas computacionales se pueden evaluar y diseñar sistemas o procesos considerando transferencia de calor, de masa, cantidad de movimiento, arrastre, transporte de partículas y flujos mono o multifásicos, flujo laminar o turbulento, reacciones químicas, cambios de fase e incluso combustión.

Esta investigación se basa principalmente en el análisis numérico de campo de flujo compresible que pasa a través de una tobera convergente – divergente cuando dicho campo es afectado por rugosidad absoluta en el ducto, y por transferencia de calor con las paredes de la tobera; todo esto mediante la implementación de técnicas de dinámica de fluidos computacional.

Principalmente este estudio tendrá cuatro grandes secciones; la primera en la que se presenta el planteamiento del problema, así como los objetivos, limitaciones y alcances. Una segunda sección en la que se establecen todas las bases teóricas a tener en cuenta para el éxito de la investigación. Una tercera sección en donde se diseña la metodología necesaria para alcanzar los objetivos planteados en la primera sección, y la última sección está conformada por los resultados arrojados por la simulación numérica, así como los análisis correspondientes para explicar los fenómenos

expresados en dichos resultados, para finalmente derivar las conclusiones y recomendaciones a tener en cuenta en investigaciones similares a futuro.

El trabajo se desarrolló en los siguientes capítulos:

Capítulo I: Explica todo lo relacionado al planteamiento y formulación del problema, además de los objetivos a alcanzar en este proyecto, así como también las limitaciones que se presentan al momento de solucionar el problema.

Capítulo II: Se refiere a toda terminología y conceptos necesarios que servirán de base para el desarrollo del estudio, además de un breve resumen sobre los antecedentes relacionados con la investigación.

Capítulo III: Consta de las distintas fases metodológicas a emplear en el desarrollo de las estrategias, que son establecidas para cumplir con los objetivos propuestos.

Capítulo IV: Detalla los resultados mediante las fases metodológicas definidas en el capítulo anterior.

El trabajo aquí presentado, está estructurado de tal manera que el lector pueda ir adquiriendo los conocimientos básicos que le permitirán entender a cabalidad la tecnología referida y las herramientas a usar. Sin embargo, cabe destacar que, si el lector es lo suficientemente conocedor del tema, perfectamente puede obviar los capítulos que contengan información que considere ya conocida, y continuar con los aspectos que crea interesantes sin que se pierda la linealidad o coherencia de la información que se desea mostrar.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

A través de los años, el estudio, control y manejo de los flujos de fluidos se ha vuelto cada vez más imprescindible, debido a que cada día se desarrollan aplicaciones industriales en las cuales se requiere el mejor aprovechamiento de la energía que absorben y/o entregan los fluidos, este es el caso del uso de la tobera convergente-divergente, aplicada en diversos campos de la ingeniería como son la aeronáutica, generación de potencia, conformado de materiales, entre otros. La misma se encarga de modificar las propiedades de un flujo compresible para que este gane energía cinética a costa de presión efectiva dentro de ella, permitiéndose así lograr que el flujo que es manipulado alcance valores de velocidades supersónicas.

Además de los cambios experimentados en los campos de presión, velocidad y temperatura debido a la variación de la sección transversal de la tobera convergente-divergente, también existen cambios por la presencia de elementos externos, como lo son la fricción entre el fluido y las paredes internas de la tobera o la transferencia de calor generada por el medio externo donde se encuentra la misma, limitando así su eficiencia. Es por ello que el estudio de las toberas se realiza de forma ideal; es decir, como un proceso isoentrópico; donde los factores mencionados anteriormente no son considerados, estableciéndose así los modelos matemáticos que conllevan al desarrollo del flujo isentrópico.

Es importante establecer las ecuaciones que permitan modelar una tobera convergente-divergente tomando en cuenta los factores de rugosidad superficial, que generaría roce entre el fluido y la pared, así como también la transferencia de calor con el medio. En la actualidad, existen estudios teóricos en los cuales se generaron

modelos matemáticos que tienen en cuenta dichas consideraciones, sin embargo, estos modelos presentan una gran complejidad y no tienen solución analítica, ya que son ecuaciones en diferenciales en derivadas parciales de segundo orden no lineales. Esto lleva a la simplificación del fenómeno y así se han obtenido soluciones particulares, que son pocas, obtenidas para casos muy específicos y en un entorno con variables controladas. Otra posibilidad se presentaría con el ensayo en un banco experimental, sin embargo, esta opción generaría un alto costo debido a la complejidad de los procesos para la fabricación de una tobera convergente-divergente, además de que el equipamiento requerido para la medición de las variables involucradas es muy específico y requiere de una alta precisión, siendo este un factor más que elevaría el costo de un estudio mediante un banco experimental. Igualmente, existe otra oportunidad como sería el estudio, análisis y modelado numérico mediante el uso de herramientas computacionales que permiten el uso de las ecuaciones antes mencionadas, permitiendo simular con gran exactitud el campo de flujo con consideraciones como son rugosidad y transferencia de calor, y obteniéndose así, resultados que se adapten a lo que sería el comportamiento real de dicho campo de flujo, este último método es por el cual se proyecta realizar el estudio de este fenómeno.

1.2 Formulación del problema

¿Cómo predecir el comportamiento de las variables que conforman el campo de flujo compresible que pasa a través de una tobera convergente-divergente considerando factores externos como la rugosidad y la transferencia de calor?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Estudiar el flujo compresible en una tobera convergente-divergente utilizando dinámica de fluidos computacional.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Aplicar las ecuaciones de gobierno para el campo de flujo compresible a través de una tobera convergente-divergente tomando en cuenta la rugosidad absoluta.

2. Aplicar las ecuaciones de gobierno para el campo de flujo compresible a través de una tobera convergente-divergente tomando en cuenta la transferencia de calor.
3. Discretizar el dominio y fijar las condiciones de borde del modelo.
4. Simular el campo de flujo
5. Obtener los resultados en forma de datos y por medio de representaciones gráficas de las variables y parámetros que describen el fenómeno.
6. Describir los resultados basados en los principios físicos de la mecánica de fluidos

1.4 Justificación

En la actualidad ha crecido rápidamente el uso de las herramientas computacionales, también la velocidad de procesamiento de datos ha evolucionado rápidamente, evento que ha facilitado el estudio de muchos temas importantes en las distintas ramas de la ingeniería, es por eso que se pretende ampliar el campo de la dinámica de fluidos y turbomáquinas visto en el pensum de Ingeniería Mecánica de la Universidad José Antonio Páez por medio de la utilización de estas herramientas, realizando más aportes de trabajos de grado relacionados con técnicas de aproximación numéricas basadas en la dinámica de fluidos computacional.

Estas herramientas permiten evaluar las ecuaciones de dinámica de fluidos que no se pueden trabajar analíticamente debido a sus complejidades matemáticas, por lo tanto, aplicar esta investigación, permite predecir las propiedades de flujo con más detalles y obtener resultados más próximos a la realidad del comportamiento del fluido a través del rotor de la turbina para éste caso, evitando así realizar los gastos de construcción de un banco experimental.

Una utilidad de las herramientas CFD, es que se tiene la posibilidad de excluir físicamente el equipo que se desea estudiar y obtener variables físicas en cualquier punto del espacio geométrico, solo basta con su dimensionamiento en un software de diseño computacional. De esta manera se obtienen beneficios económicos en todos los ámbitos de estudio.

1.6 Alcance

Esta investigación sólo se encargará del estudio del campo de flujo compresible a través de una tobera convergente-divergente, esto en virtud de que para el tiempo establecido no se pretende indagar en otros tipos de consideraciones en el campo de flujo y estados termodinámicos que puedan existir.

Tampoco se indagará en el estudio de los diferentes tipos de onda de choque que pueden producirse en una tobera convergente – divergente. El estudio y la simulación numérica sólo serán referidas para un modelo matemático específico, así como los resultados obtenidos sólo serán aplicables a una tobera convergente-divergente con fricción entre las paredes de la misma y el fluido y con transferencia de calor en las paredes. Los resultados obtenidos serán arrojados en forma de datos y mediante el uso de gráficos experimentales de las variables que describen el fenómeno.

1.5 Limitaciones

Entre las principales limitaciones se encuentra la complejidad en el manejo de los diversos programas computacionales existentes, así como la selección del que se adapte de mejor manera a los requerimientos necesarios para el estudio antes mencionado, además del tiempo de adquisición y aplicación de los conocimientos para el manejo del programa. También la poca cantidad de estudios realizados acerca del comportamiento real de una tobera convergente-divergente, y de los estudios existentes, la gran mayoría son realizados en entornos controlados y para aplicaciones específicas. Influye además la no existencia en la universidad o casas de estudio adyacentes de un banco experimental en donde se ensaye una tobera convergente-divergente y se pueda verificar la veracidad de los resultados obtenidos.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación

Las investigaciones en el análisis numérico y en el desarrollo de modelos computacionales para el estudio de la cinemática de fluidos son de data reciente, y es muy escasa la cantidad de investigadores que han incursionado en esta área, siendo aún mucho menor el desarrollo de investigaciones en función del análisis y comportamiento numérico/computacional de una tobera convergente - divergente; muchos estudios realizados hasta ahora se basan en el comportamiento de dichas toberas en una aplicación industrial o entorno determinado.

Pougartch, Salcudean, Chan y Knapper (2008), en su artículo titulado **“Modeling of compressive gas-liquid flow in a convergent-divergent nozzle”** publicado en la revista Chemical Engineering Science, realizan el modelado computacional del flujo compresible gas-líquido en una tobera convergente – divergente, la cual es usada para la atomización asistida por gas. El modelo es desarrollado para flujos con altos valores de fracción volumétrica de gas, hasta los valores de inversión de fase. En este modelado se realiza una consideración especial para flujos compresibles de mezcla líquido-gas para poder trabajar con las ecuaciones existentes de Navier - Stokes, también se realiza el estudio de como la fuerza de gravedad afecta o no el flujo a través de la tobera. Igualmente se desarrolló un nuevo modelo de funciones de pared que permite trabajar con flujo tipo multifásico, además del cálculo de la tensión tangencial de corte en el fluido. Se observó como la comparación entre las medidas experimentales y los perfiles de presión predichos a lo largo de la pared demuestran una buena proximidad.

Debido a la no linealidad de las ecuaciones que definen el modelo del flujo real bifásico a través de la tobera, y a la simplificación que se usó para la modelación

numérica, tomando en cuenta los aspectos que más afectaban al campo de flujo, por ello dicho trabajo representa una buena guía para la realización de la presente investigación, y se relaciona con este trabajo en primer lugar porque se trata de la simulación de una tobera convergente – divergente, y en segundo lugar porque establece una metodología de para la realización de las simulaciones.

Así mismo, Hemidi, Henry, Leclair, Seynhaeve y Bartosiewicz (2009), quienes escribieron un artículo titulado **“CFD Analysis of a supersonic ejector”** y publicado en la revista Applied Thermal Engineering, realizan un estudio computarizado mediante programas CFD de un eyector, el cual no es más que una tobera convergente – divergente con aplicaciones específicas en la industria como para extraer gases en condensadores, en sistemas de evaporación, entre otros. Mediante esta investigación se realiza un comparación entre el estudio experimental y el estudio teórico permitiendo así evaluar la forma en cómo podría variar las consideraciones de un modelo matemático con respecto al modelado en computadora, además es de notar que al realizarse el modelado computacional por dos métodos diferentes pueden existir resultados diferentes para un mismo conjunto de condiciones de borde, permitiendo así seleccionar el método que se adapte mejor a las condiciones de estudio. Igualmente se establece como el líquido resultante de la condensación puede afectar el comportamiento del eyector.

Este antecedente se encuentra estrechamente vinculado con la investigación debido a que se realiza una simulación CFD, la metodología para su realización es de utilidad, sobre todo en la caracterización de las propiedades del campo de flujo, y posteriormente el establecimiento de las características del mismo. Su relación con la presente investigación es que se realizará un estudio teórico de tobera convergente – divergente y se cambiarán las condiciones de borde para asumir la rugosidad absoluta de las paredes (modelo de Fanno) y la transferencia de calor (modelo de Rayleigh).

Por su parte, Liu y Chen (2008), realizan una investigación sobre la interacción de un líquido subenfriado que pasa por una tobera convergente – divergente con transferencia de calor titulado **“Critical flashing flow in convergent-divergent nozzles with initially subcooled liquid”** y publicado en la revista

International Journal of Thermal Science. Ésto se logra desarrollando un modelo de dos dimensiones que estudia cómo se comporta las ondas de choque de evaporación dentro de la tobera y como se forma en la zona divergente de la misma. Igualmente se realiza el estudio de como la velocidad tangencial supersónica del fluido afecta la forma y el desplazamiento de las ondas de choque. Luego de que el modelo es desarrollado es comparado con un modelo preexistente, demostrando que el modelo desarrollado ofrece desviaciones de menos del 4% con respecto al modelo patrón.

La importancia del uso de este antecedente es debido al estudio de la transferencia de calor a la tobera y como la cantidad del mismo puede afectar las propiedades y generar discontinuidades en el modelo isentrópico provocando ondas de choque, así como también la comparación con un estudio experimental previo, lo que es análogo a lo propuesto en la presente investigación.

2.2 Bases teóricas

2.2.1. Expresiones para un Gas Ideal

Cualquier ecuación que relacione la presión, la temperatura y la densidad (o volumen específico) de una sustancia se llama ecuación de estado. La ecuación de estado más sencilla y conocida para sustancias en la fase gaseosa es la ecuación de estado del gas ideal, expresada como:

(ec1)

Un gas ideal es una sustancia hipotética que obedece la ecuación 1. De manera experimental se ha observado que esta relación se aproxima con una buena precisión al comportamiento P-v-T de los gases reales a bajas densidades. A bajas presiones y altas temperaturas, la densidad de un gas decrece y tal gas se comporta como un gas ideal. En el rango del interés práctico, muchos gases conocidos como aire, nitrógeno, oxígeno, hidrógeno, helio, argón, neón y kriptón, e inclusive gases más pesados, entre ellos bióxido de carbono, se pueden tratar como gases ideales con error despreciable. Sin embargo, los gases densos, como el vapor de agua en las plantas generadoras y el vapor refrigerante empleado en los refrigeradores, no deben tratarse como gases

ideales porque suelen existir en un estado cercano a la saturación. Para un gas ideal se definen dos capacidades caloríficas molares: a volumen constante (C_v), y a presión constante (C_p). Donde:

C_v : Es la cantidad de calor que es necesario suministrar a un mol de gas ideal para elevar su temperatura mediante una transformación isocórica (volumen constante).

$$\text{---} \tag{ec2}$$

C_p : Es la cantidad de calor que es necesario suministrar a un mol de gas ideal para elevar su temperatura mediante una transformación isóbara (presión constante).

$$\text{---} \tag{ec3}$$

Despejando de las ecuaciones generales de los calores específicos 2 y 3

$$\tag{ec4}$$

$$\tag{ec5}$$

Conociendo además la ecuación que define la entalpia

$$\text{---} \tag{ec6}$$

Por la ecuación de estado se conoce que:

$$\text{---} \tag{ec7}$$

Entonces la definición de entalpia queda:

$$\tag{ec8}$$

Diferenciando la ecuación anterior

$$\tag{ec9}$$

Sustituyendo la ecuación 4 y 5 en la ecuación anterior, se obtiene:

$$\tag{ec10}$$

Si se sabe también que la constante de gases ideales es la relación de los calores específicos

$$\text{---} \quad (\text{ec11})$$

Este factor se puede sustituir en la ecuación 10 dando como resultado

$$\text{---} \quad (\text{ec12})$$

$$\text{---} \quad (\text{ec13})$$

2.2.2 Expresiones para la entropía.

Para flujos compresibles, los cambios en la propiedad termodinámica, entropía (s), son importantes. Para cualquier sustancia pura incluidos los gases ideales, la "primera ecuación Tds" es:

$$\text{---} \quad (\text{ec14})$$

La cual relaciona las propiedades termodinámicas y debe ser válida para todas las sustancias puras. Dividiendo toda la ecuación anterior entre la temperatura

$$\text{---} \quad (\text{ec15})$$

Si se sustituyen las ecuaciones 1 y 4 en 15, se obtiene:

$$\text{---} \quad (\text{ec16})$$

Por otro lado, diferenciando la ecuación 6

$$\text{---} \quad (\text{ec17})$$

Ahora si se sustituye la ecuación 1 y 5 en la ecuación 15 se obtiene:

$$\text{---} \quad (\text{ec18})$$

Si tanto Cv como Cp se asumen constantes para un gas dado, las ecuaciones 16 y 18 pueden integrarse para obtener:

$$\text{---} \quad (\text{ec19})$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{\gamma}{\beta} \quad (ec20)$$

Las ecuaciones 19 y 20 nos permiten calcular el cambio de entropía de un gas ideal que fluye de una sección a otra con calor específico constante (C_v y C_p).

La segunda ley de la termodinámica establece que un flujo adiabático y sin fricción en cualquier fluido resulta en $ds = 0$ o lo que es lo mismo $s = \text{constante}$, es decir la entropía es constante (flujo isentrópico). Entonces, para un flujo isentrópico de un gas ideal con calores específicos constante resulta la siguiente ecuación.

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (ec21)$$

Por último, combinando la ecuación anterior con la 12 y 13 se obtiene

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{constante} \quad (ec22)$$

La cual es una relación útil entre temperatura, densidad y presión para flujo isentrópico de un gas ideal. De la ecuación podemos concluir que:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \quad (ec23)$$

2.2.3. Velocidad del Sonido y Número de Mach

El sonido implica un fenómeno vinculado a la difusión de una onda de características elásticas que produce una vibración en un cuerpo, aun cuando estas ondas no se escuchan. El sonido está formado por las variaciones que se producen en la presión del aire, que el oído convierte en ondas mecánicas para que el cerebro pueda percibir las y procesarlas. Al propagarse, el sonido transporta energía pero no materia. Las vibraciones se generan en idéntico rumbo en el que se difunde el sonido: puede hablarse, por lo tanto, de ondas longitudinales. La velocidad en la que una onda de presión de amplitud pequeña se propaga a través de un medio se denomina velocidad sónica. Esta velocidad no solo depende del tipo de medio y su estado termodinámico, sino también es una función de la fuerza de la onda. Cuanto más fuerte es la onda, más rápido se mueve. Para demostrar el comportamiento de una

onda sónica y su velocidad, se considera un ducto largo de sección transversal constante lleno de fluido en reposo con un pistón en uno de sus extremos, como se muestra en la figura 1. A medida que el pistón se mueve con una velocidad infinitesimal constante (dV) las partículas del fluido inmediatamente próximos al pistón se comprimen una cantidad muy pequeña y se crea la onda sónica. El frente de la onda se desplaza a través del fluido a la velocidad del sonido (c) y separa el fluido adyacente al pistón, que ya está en movimiento, del fluido que aún está en reposo. El fluido que esta antes de la onda, se ve afectado por esta, aumentando sus propiedades termodinámicas, mientras que el fluido que esta posterior a la onda mantiene sus propiedades originales. (Ver figura 1)

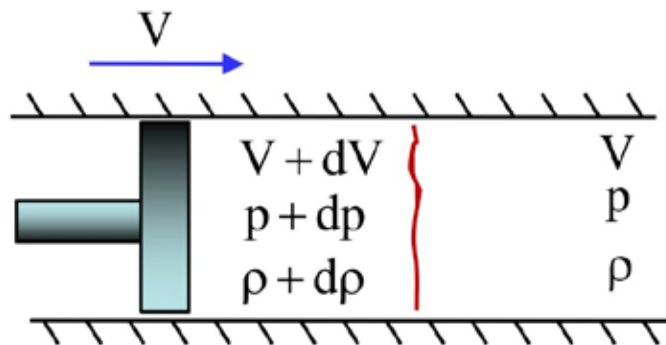


Figura 1. Propagación de una pequeña onda de presión a lo largo de un ducto

Fuente: G. Caraballo. Diapositivas de Dinámica de Gases – UC (2008)

Para un observador colocado en la onda tal como se muestra en la figura 2, presencia una velocidad del sonido (c) del fluido en su contra, y el fluido, antes de la onda, se aleja a una velocidad $c - dV$. El observador (que se encuentra encerrado en el mismo volumen de control en el cual se esta la onda) está en reposo, siendo testigo de un proceso estacionario. Para un flujo estable unidimensional, se tiene que el flujo másico viene dado por la ecuación:

(ec24)

Tomando en cuenta que el área del ducto es constante, la ecuación se expresa como:

(ec25)

Aplicando la ecuación anterior en el volumen de control mostrado en la figura 2, resulta la siguiente ecuación:

(ec26)

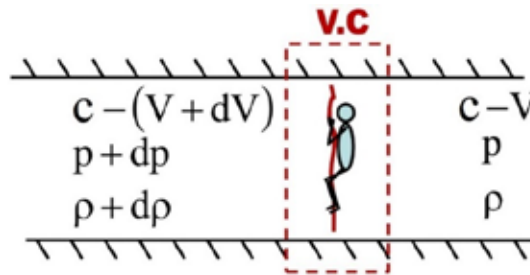


Figura 2. Volumen de control en la onda infinitesimal

Fuente: G. Caraballo. Diapositivas de Dinámica de Gases – UC (2008)

Resolviendo el producto notable la ecuación tiene el resultado siguiente:

(ec27)

Asumiendo despreciable el término de orden superior y despejando dV se obtiene:

— (ec28)

Como ningún trabajo o calor atraviesa las fronteras del volumen de control durante este proceso y despreciando cualquier cambio de energía potencial, la ecuación de conservación de la energía se demuestra en la siguiente ecuación:

————— — (ec29)

Simplificando la ecuación anterior, donde se desprecia el efecto del diferencial de energía cinética, queda:

(ec30)

La amplitud de la onda sónica es muy pequeña y no genera ningún cambio en la temperatura del fluido. Por ello la propagación de una onda de presión no solo es adiabática, sino también isotrópica. Entonces:

$$\text{---} \tag{ec31}$$

Luego:

$$\text{---} \tag{ec32}$$

Sustituyendo dh en la ecuación 2.30

$$\text{---} \tag{ec33}$$

Sustituyendo la ecuación 28 en la ecuación anterior da como resultado lo siguiente:

$$\text{---} \quad \text{---} \tag{ec34}$$

Para un campo de presiones:

$$\text{---} \tag{ec35}$$

Por otro lado, para un proceso isentrópico, se conoce que:

$$\text{---} \quad \text{---} \tag{ec36}$$

Sustituyendo la ecuación 35 en la ecuación 36 Se obtiene

$$\text{---} \tag{ec37}$$

$$\text{---} \tag{ec38}$$

El número de Mach, M, llamado así en honor al físico austriaco Ernst Mach, se define como la relación entre el valor de la velocidad de flujo local, V, a la velocidad local del sonido c.

$$\text{---} \tag{ec39}$$

El número de Mach es el parámetro dominante en el análisis de flujos compresibles, con efectos distintos dependiendo de su magnitud. Los estudiosos de la aerodinámica suelen distinguir entre los diferentes rangos del número de Mach, siendo la siguiente clasificación aproximada de uso extendido (Ver cuadro 1):

Rango del Numero de Mach	Tipo de flujo	Descripción
$M < 0,3$	Flujo incompresible	Los efectos de la densidad son despreciables
$0,3 < M < 0,8$	Flujo subsónico	Los efectos de la densidad son importantes, pero no aparecen ondas de choque.
$0,8 < M < 1,2$	Flujo transónico	Aparecen por primera vez ondas de choque que separan regiones subsónicas y supersónicas dentro del flujo
$1,2 < M < 3,0$	Flujo supersónico	Hay ondas de choque pero ya no existen regiones subsónicas.

Cuadro 1. Tipo de flujo según el número de Mach.

Fuente: Y. Cengel, Fundamentos de mecánica de fluidos (2007)

2.2.4 Flujo Isentrópico

Un flujo isentrópico es un flujo que es a la vez adiabático y reversible. Es decir, no se añade calor al flujo y no hay transformaciones de energía que se producen debido a la fricción o el disipador efectos. El flujo en transiciones, toberas y medidores Venturi no presentan efectos considerables de fricción debido a las pequeñas distancias recorridas. Por otro lado, la transferencia de calor es mínima ya que los cambios que sufren las partículas son suficientemente pequeños como para no generar gradientes de velocidad y temperatura importantes. Debido a esto se puede considerar este tipo de flujo como isentrópicos.

2.2.4.1 Flujo isentrópico con variación de área

Analizaremos el flujo isentrópico de un gas compresible. En particular se estudiará el efecto que tiene un cambio en la sección de paso del flujo sobre las condiciones del flujo. A partir de la ecuación de continuidad expresada anteriormente en la ecuación 24 ($\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$) se puede diferenciar y dividirse entre la razón de flujo de masa. Se obtiene:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (\text{ec40})$$

Al despreciar la energía potencial, el balance de energía para un flujo isentrópico sin interacciones de trabajo puede expresarse de la forma diferencial como:

$$V dV + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (\text{ec41})$$

Combinando las ecuaciones anteriores y reordenado se obtiene

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} + \frac{dV}{V} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (\text{ec42})$$

Conociendo la ecuación 35, se puede reordenar y sustituirse en la ecuación anterior, dando como resultado:

— — (ec43)

Esta relación describe la variación de la presión en función de la variación de áreas de flujo. Para flujos subsónicos ($M < 1$), el término es positivo. La presión del fluido debe aumentar si el área de flujo del ducto aumenta, y debe disminuir si el área de flujo del ducto disminuye. Por lo tanto, a velocidades subsónicas la presión disminuye en ductos convergentes (toberas aceleradoras subsónicas) y aumenta en ductos divergentes (difusores subsónicos o toberas desaceleradoras subsónicas).

En flujo supersónico ($M > 1$) el término es negativo, por lo tanto, dA y dP deben tener signos opuestos. La presión del fluido debe aumentar si el área de flujo del ducto disminuye, y debe disminuir si el área del flujo del ducto aumenta. Por lo tanto, a velocidades supersónicas la presión disminuye en ductos divergentes (toberas aceleradoras supersónicas) y aumenta en ductos convergentes (difusores supersónicos o toberas desaceleradoras supersónicas).

Al despejar la relación diferencial de la velocidad y la presión de la ecuación 5 y sustituirla en la ecuación 43 se obtiene una ecuación que determina la forma de una tobera aceleradora o de un difusor de flujos isentrópicos subsónicos o supersónicos.

— — (ec44)

Al notar que A y V son cantidades positivas, se llega a las siguientes conclusiones:

Cuando el flujo es subsónico ($M < 1$) la velocidad y el área de la sección varían en direcciones opuestas. En otras palabras, el aumento de área asociada con el flujo subsónico a través de una tobera divergente está acompañado por un decrecimiento de la velocidad. Flujo subsónico a través de una tobera convergente involucra un incremento de velocidad.

Esta ecuación también demuestra que cuando el flujo es supersónico ($M > 1$) la velocidad y el área de la sección varían en la misma dirección. Un ducto divergente acelerará el flujo supersónico mientras que un ducto convergente disminuirá la velocidad del flujo supersónico, tal como se muestra en la figura 3.

2.2.4.2 Propiedades de estancamiento

En el flujo compresible, es conveniente emplear el estado de estancamiento como un estado de referencia. Las propiedades de estancamiento en cualquier punto de un campo de flujo, son las que corresponden a los valores que tomarían estas propiedades si hipotéticamente la velocidad se redujera a cero isotrópicamente. Se llama estado de estancamiento isentrópico cuando el proceso de estancamiento es reversible y adiabático. Es decir, la entropía de un fluido permanece constante durante el proceso de llevar el fluido al estado de estancamiento. La entalpía de estancamiento y la temperatura de estancamiento (por tratarse de un gas ideal) permanecen constante tanto para procesos isentrópicos como para procesos reales (irreversibles). Sin embargo, la presión de estancamiento real es menor que la presión de estancamiento isotrópica debido a que la entropía aumenta durante el proceso real de estancamiento como resultado de la fricción del fluido. Los procesos de estancamiento se aproximan a isentrópicos y a estas propiedades de estancamiento isentrópico se les llama simplemente propiedades de estancamiento.

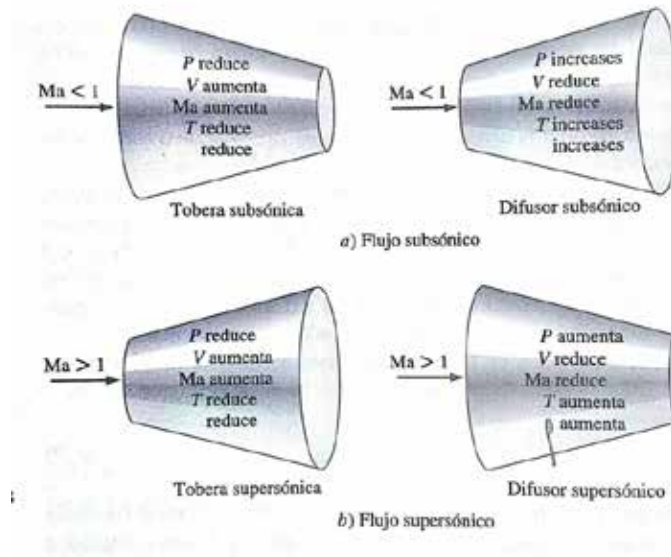


Figura 3. Propiedades del flujo según el área de la sección transversal del ducto.

Fuente: Y. Cengel, Fundamentos de mecánica de fluidos (2007)

Partiendo de la primera ley de la termodinámica se puede escribir la siguiente relación para un proceso isentrópico:

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{constante} \quad (\text{ec45})$$

Es decir:

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{constante} \quad (\text{ec46})$$

Como en el estado de estancamiento la velocidad se reduce a cero la ecuación queda:

$$\frac{P_0}{\rho_0^\gamma} = \text{constante} \quad (\text{ec47})$$

Como estamos hablando de un gas ideal, se asumen los calores específicos constantes. Sustituyendo la ecuación 5 de forma integrada en la ecuación 38 se obtiene:

$$\text{---} \quad (ec48)$$

Entonces la temperatura que alcanza el gas cuando se lleva al reposo adiabáticamente (temperatura de estancamiento) resulta:

$$\text{---} \quad (ec49)$$

Si se sustituye las ecuaciones 12, 37 y 39 en la ecuación anterior, se puede obtener la relación para la razón de temperaturas de estancamiento y estáticas, en función del número de mach:

$$\text{---} \quad (ec50)$$

A partir de esta última relación, y de las relaciones isotrópicas para un gas ideal pueden formularse relaciones similares para la densidad y la presión de estancamiento:

La presión de estancamiento es la presión que alcanza un fluido cuando se lleva al reposo isotrópicamente. Para un gas ideal con calores específicos constantes, Po se puede relacionar con la presión estática del fluido, y el número de mach de la siguiente manera:

$$\text{---} \quad (ec51)$$

$$\text{---} \quad (ec52)$$

Análogamente la densidad de estancamiento y la densidad estática pueden relacionarse mediante las siguientes expresiones

$$\text{---} \quad (ec53)$$

$$\frac{h_0}{h} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \quad (ec54)$$

Por otro lado, haciendo un balance de energía, utilizando entalpías de estancamiento, en un flujo a través de un ducto, para un volumen de control que tiene una entrada y una salida. Se obtiene:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (ec55)$$

Para un flujo isentrópico, en ausencia de trabajo, donde se desprecia la energía potencial, el balance de energía resulta:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (ec56)$$

Conociendo que la entalpía de estancamiento se expresa según la ecuación 47. El balance de energía resulta con la entalpía de estancamiento constante

$$(ec57)$$

2.2.4.3 Ecuaciones para condiciones críticas

Las propiedades de estancamiento son una referencia útil para determinar las propiedades termodinámicas; sin embargo, no sirven para el cálculo de la velocidad del flujo, debido a que la velocidad de estancamiento es igual a cero por definición. Una referencia útil para calcular la velocidad es la llamada velocidad crítica, la cual ocurre cuando el número de mach es igual a 1 (velocidad sónica).

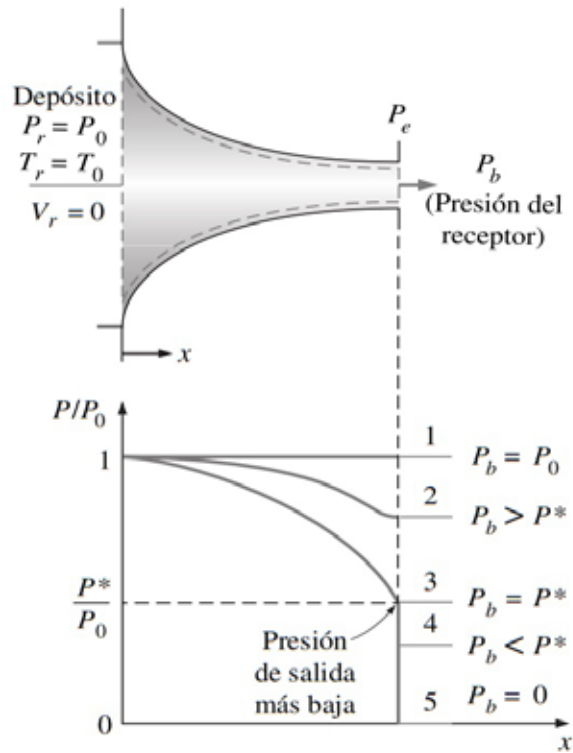
Aun cuando no exista realmente un punto en el campo de flujo donde el número de mach sea igual a 1, se puede usar esta condición como una referencia hipotética.

Conociendo las relaciones de propiedades de estancamiento en función del número de mach, asumiendo velocidades sónicas ($M=1$), se pueden conocer las

es un dispositivo que incrementa la velocidad de un fluido a expensas de la presión. En cambio, un difusor es un dispositivo que incrementa la presión de un fluido al desacelerarlo. Es decir, las toberas y los difusores llevan a cabo tareas opuestas. El área de la sección transversal de una tobera, disminuye en la dirección de flujo para flujos subsónicos y aumenta para los supersónicos.

2.2.5.1 Toberas Convergentes

Puesto que la velocidad del fluido en el depósito es cero y el flujo a través de la tobera se aproxima como isentrópico, la presión de estancamiento y temperatura de



estancamiento del fluido en cualquier sección transversal de la tobera son iguales a la presión y temperatura del tanque, respectivamente. Suponiendo que la condición de estancamiento a la entrada de la tobera se mantiene constantes, en tanto que la contrapresión (presión de la cámara a la salida de la tobera, presión del receptor) varía disminuyendo gradualmente desde un valor igual a la presión de estancamiento hasta un valor inferior a la presión crítica. En la figura 4 se ilustra el comportamiento de la tobera como consecuencia de esta variación. Mientras la contrapresión es ligeramente menor que la presión de estancamiento, se produce un flujo completamente subsónico. Pero a medida que la contrapresión disminuye, se incrementa el número de Mach del flujo. El fluido en estas condiciones sale de la boquilla a la presión ambiental (P_b) como flujo libre subsónico, es decir: $P_e = P_b$.

Figura 4. Distribución de presión en una tobera convergente.

Fuente: Y. Cengel, Fundamentos de mecánica de fluidos (2007)

La tendencia anterior continúa hasta que finalmente el número de mach es igual a 1, alcanzando las condiciones sónicas en la garganta. La presión de la contrapresión es igual a la presión crítica en la garganta. En esta situación se dice que la tobera está operando en condiciones de diseño ($P_e = P^*$). Toda disminución adicional de la contrapresión no tiene ningún efecto sobre el flujo en la tobera y se dice que la tobera está operando en una condición de estrangulamiento. En las condiciones del flujo estacionario, la razón del flujo de masa a través de la tobera es constante y puede expresarse como:

$$\frac{\dot{m}}{A^*} = \frac{P^*}{\sqrt{T^*}} \left(\frac{P_e}{P^*} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \left(\frac{T_e}{T^*} \right)^{\frac{\gamma-1}{4}} \quad (ec64)$$

Sustituyendo T y P de las ecuaciones 2.45 y 2.46 respectivamente se obtiene la siguiente ecuación de flujo másico.

$$\frac{\dot{m}}{A^*} = \frac{P_e}{\sqrt{T_e}} \left(\frac{P_e}{P^*} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \left(\frac{T_e}{T^*} \right)^{\frac{\gamma-1}{4}} \quad (ec65)$$

De esta manera, la razón del flujo de masa de un fluido particular a través de una tobera es una función de las propiedades de estancamiento del fluido, el área del flujo y el número de Mach. Esta ecuación es válida para cualquier sección transversal por lo tanto el flujo másico puede evaluarse en cualquier posición a lo largo de la tobera.

Para las condiciones críticas ($M=1$) la razón del flujo de masa a través de una tobera es máximo. Para estas condiciones la ecuación anterior resulta:

$$\frac{\dot{m}}{A^*} = \frac{P^*}{\sqrt{T^*}} \left(\frac{P_e}{P^*} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \left(\frac{T_e}{T^*} \right)^{\frac{\gamma-1}{4}} \quad (ec66)$$

Una relación para la variación del área de flujo A a lo largo de la tobera respecto al área A^* de la garganta puede obtenerse al combinar las ecuaciones 65 y 66 aplicadas para la misma razón de masa de flujo y propiedades de estancamiento de un fluido particular. Esto lleva a:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}{\gamma} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (ec67)$$

2.2.5.2 Toberas Convergentes- Divergentes

Cuando se piensa en toberas aceleradoras, por lo general se piensa en ductos de flujo cuya área de sección transversal disminuye en la dirección del flujo. Sin embargo, la mayor velocidad a la cual un fluido puede acelerarse en una tobera convergente se limita a la velocidad sónica ($M=1$) la cual ocurre en la salida (garganta) de la tobera. La aceleración del fluido a velocidades supersónicas ($M > 1$) puede lograrse solamente al añadir una tobera divergente a la tobera aceleradora subsónica en su garganta. La combinación resultante es una tobera convergente – divergente, la cual es un dispositivo común en aviones supersónicos y cohetes de propulsión.

Sin embargo, el solo hecho de hacer fluir un fluido a través de una tobera convergente – divergente no garantiza que el fluido se acelerara a una velocidad supersónica. Pues, si la presión del receptor (contrapresión) no está en el rango adecuado, existe la posibilidad de que el fluido puede por sí mismo desacelerarse en la sección divergente en vez de acelerarse.

Consideremos ahora, igual que en el caso anterior, una tobera convergente – divergente en las condiciones de estancamiento a la entrada de la tobera se mantiene constantes, en tanto que la contrapresión (presión de la cámara a la salida de la tobera, presión del receptor) varia disminuyendo gradualmente desde un valor igual a la presión de estancamiento hasta un valor inferior a la presión crítica, tal como se muestra en la figura 5, donde se ilustra el comportamiento de la tobera como consecuencia de esta variación.

Cuando la presión de estancamiento es igual a la presión de salida e igual a la contrapresión ($P_o=P_e=P_b$) no existe flujo pasando por la tobera. En el caso de que la presión de estancamiento sea mayor que la presión de salida, pero su diferencia es muy pequeña, el flujo permanece subsónico por toda la longitud de la tobera. Existen casos en donde la relación de presión de estancamiento y contrapresión es lo suficientemente grande como para que en la garganta el flujo llegue a velocidad sónica ($M=1$) y siga aumentando en la sección divergente hasta conseguir velocidades supersónicas ($M>1$) en dicha sección.

Para este trabajo, este es el caso a estudiar, debido a que las ondas de choque ocurren en la sección divergente de una tobera Laval a velocidades supersónicas.

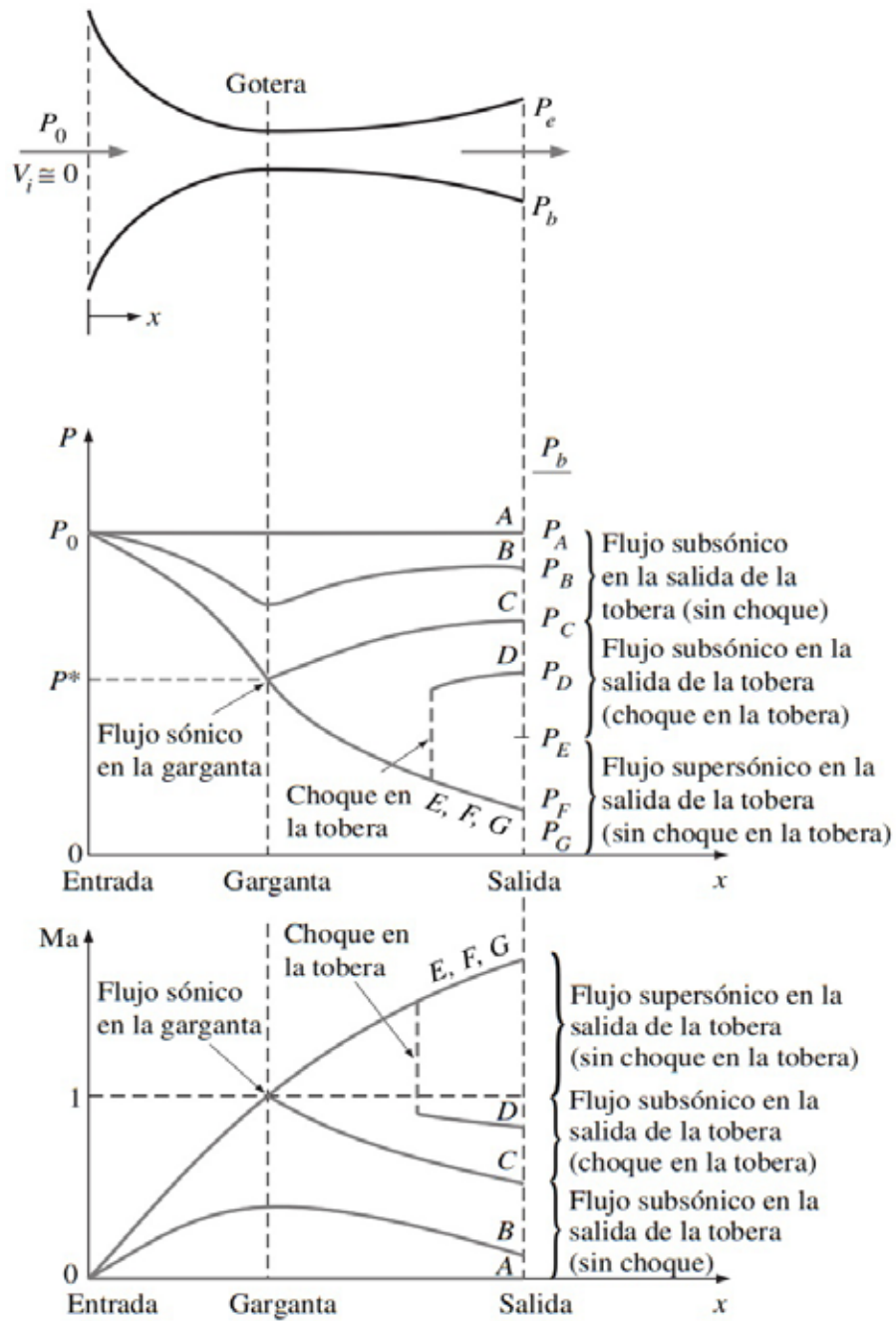


Figura 5. Distribución de presión en una tobera convergente-divergente.

Fuente: Y. Cengel, Fundamentos de mecánica de fluidos (2007)

2.2.6 Flujo de Fanno.

En el caso en el cual es flujo es de área constante, en donde la fricción es el factor determinante sobre las alteraciones en las propiedades del fluido, es posible expresarlo directamente como una función de la fricción. En tuberías cortas donde no es hecho ningún ensayo para lograr calentamiento o enfriamiento, se considera que en un flujo no se va a presentar ninguna transferencia de calor. Esto es particularmente cierto en algunos de los ductos utilizados en los motores para aviones de propulsión. También el flujo en ductos se puede asociar con algún trabajo a alto vacío, pudiendo considerarse como adiabático con resultados satisfactoriamente precisos. Para flujo adiabático de área constante y que no efectúa trabajo, la ecuación de la energía para el flujo estable da:

$$\text{---} \tag{ec68}$$

Como:

$$\text{---} \tag{ec69}$$

Se despeja V y se busca la expresión:

$$\text{---} \text{---} \tag{ec70}$$

Y sustituyendo en (2.68)

$$\text{---} \text{---} \tag{ec71}$$

Esta ecuación describe el flujo adiabático de área constante, la cual forma una familia de curvas o líneas de Fanno, como también se les llama, la forma de estas curvas se conoce al efectuar la integración de la ecuación (2.71):

$$\text{---} \text{---} \text{---} \tag{ec72}$$

Para entender más completamente la variación de estado a lo largo de una línea de Fanno, se emplea la relación termodinámica:

(ec73)

Sustituyendo dh en la relación fundamental de un fluido adiabático con área constante, queda:

(ec74)

Es deseable poder visualizar las variaciones en las propiedades del fluido a lo largo de una línea de Fanno sobre un diagrama $h-s$ o $T-s$. Si el fluido es una sustancia pura para la cual es conocida la ecuación de estado, entonces es posible eliminar 2 de las 4 variables (P , T , s , ρ) de la ecuación (2.74). En efecto esto se hace para el caso de un gas perfecto, por ejemplo, calculando $\frac{ds}{s}$, y graficando contra $\left(\frac{T}{T_0}\right)$, para diferentes números de Mach, lo que da como resultado una curva de la forma general. La máxima entropía debe presentarse para un número de Mach igual a 1. Para un flujo subsónico o supersónico, el estado se aproxima a la condición de velocidad sónica como se muestra en la figura 6.

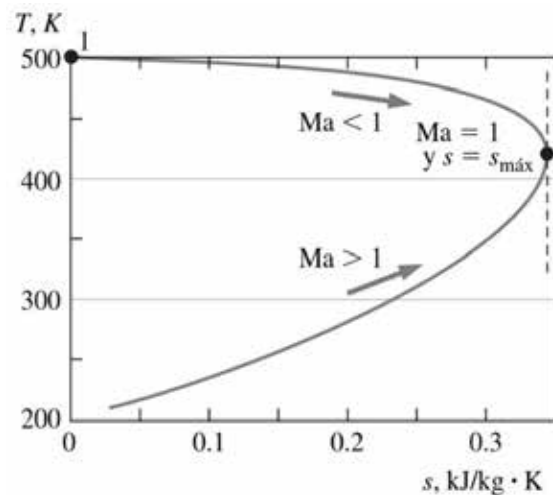


Figura 6. Diagrama $T-s$ para un flujo adiabático con fricción en un ducto de área constante.

Fuente: Y. Cengel, Fundamentos de mecánica de fluidos (2007)

La parte superior de la curva de Fanno se aproxima asintóticamente a la línea $T = T_0$, indicando esto, que a muy bajas velocidades la entropía puede aumentarse como

resultado de la fricción, permaneciendo la entalpía constante. Este es el procedimiento común para considerar al flujo con una fricción equivalente a un proceso de estrangulamiento (). En puntos situados en la parte superior de la curva, el flujo es subsónico, y como la entropía aumenta, el número de Mach se aproxima a 1. En un valor máximo de entropía, el número de Mach alcanza el valor límite de 1. En puntos situados en la parte interior de la curva el flujo es supersónico. Como la entropía nunca puede disminuir, para condiciones adiabáticas en un área constante, un flujo subsónico nunca puede llegar a supersónico y, en ausencia de alguna discontinuidad, un flujo supersónico nunca puede llegar a subsónico.

2.2.7 Flujo de Rayleigh

Las curvas alineas de Rayleigh se derivan de los principios de conservación de la masa y los principios de momento lineal. Las curvas de flujo de Rayleigh corresponden al flujo de fluidos a través de un cambiador, como consecuencia de esto la entalpía de estancamiento y la temperatura de estancamiento son variables, por lo que las ecuaciones presentadas para flujo adiabático no pueden ser aplicadas en este caso. Para este caso deberemos considerar un proceso de calentamiento o enfriamiento simple, con la finalidad de poder despreñar los efectos de la fricción. Esta interpretación puede tomarse de la misma forma para las cámaras de combustión, donde la relación de la mezcla aire-combustible es tan pequeña, que los efectos causados por el cambio en la composición química y cambios de masa son relativamente pequeños, comparados con los efectos producidos por los cambios de la entalpía de estancamiento. Para tener una idea más completa de los cambios que resultan de los procesos simples de calentamiento o enfriamiento. Es útil hacer la gráfica de sus propiedades en diagramas termodinámicos como se muestra en la figura 7. La entropía aumenta con el suministro de calor al fluido, y así el estado se desplaza a la derecha a lo largo la línea de Rayleigh mientras que se transfiere calor al fluido.

Los estados sobre la rama superior de la línea de Rayleigh por arriba del punto a son subsónicos, y los estados sobre la rama inferior por abajo del punto a, supersónicos. Un proceso a la derecha sobre la línea de Rayleigh corresponde a la adición de calor, y a la izquierda, al rechazo, cualquiera que sea el valor inicial del número de Mach. El punto a es el punto de máxima entropía y por tanto donde la velocidad es sónica ($M=1$).

El calentamiento aumenta el número de Mach para flujos subsónicos, pero lo disminuye para flujos supersónicos. Durante el calentamiento, el número de Mach de flujo se aproxima a $M=1$.

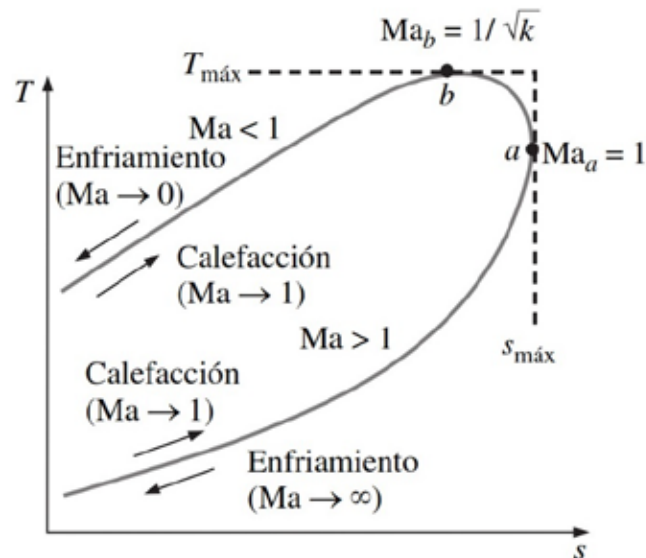


Figura 7. Diagrama para el flujo en un ducto de área constante con transferencia de calor y de fricción despreciable (flujo de Rayleigh).

Fuente: Y. Cengel, Fundamentos de mecánica de fluidos (2007)

2.2.8 Modelación matemática

A continuación, se presentan los modelos matemáticos utilizados para realizar la simulación del campo de flujo, a través de la geometría, basados en las leyes de conservación.

- **Ecuación de la continuidad**

En la ecuación 75 se expresa la ecuación de continuidad como:

$$\text{---} \quad (ec75)$$

Donde $\nabla \cdot \mathbf{v}$ y $\frac{D}{Dt}$ es la divergencia de la velocidad y el termino $\frac{D}{Dt}$ en realidad expresa la derivada material D/Dt , esta forma de la ecuación de continuidad no hace referencia a ningún sistema de coordenadas en específico, es la forma para expresarla empleando diversos sistemas de coordenadas, en el caso de un flujo incompresible, en el que la densidad de una partícula de fluido no cambia durante su trayecto $D\rho/Dt=0$.

· **Ecuación de momentum**

Representa otra de las ecuaciones de gobierno de la mecánica de fluidos y relaciona la cantidad de movimiento con las fuerzas externas, de superficie y/o campo que actúan sobre el flujo:

$$\text{---} \quad (ec76)$$

Donde el esfuerzo cortante τ , está relacionado con la velocidad de deformación por:

$$\text{---} \quad (ec77)$$

· **Ecuación de la energía total**

Durante un proceso de flujo es importante relacionar la energía térmica en forma de la entalpía, es decir, la suma de la energía interna y el trabajo de flujo, en términos de la interacción neta de calor y fuentes de energía, por ello se presenta la tercera ecuación de gobierno para estudiar un campo de flujo, como:

$$\text{---} \quad (ec78)$$

Donde h es la entalpía total, y está relacionada con la entalpía estática $h=h(T, p)$.

El término τ representa el trabajo debido a los esfuerzos viscosos y es llamado término de trabajo viscoso.

Y el término $\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ representa el trabajo debido a las fuentes de momentum externo y se desprecia en la actualidad.

· **Ecuaciones de Navier-Stokes**

Las ecuaciones de Navier-Stokes son un conjunto de ecuaciones que definen el comportamiento dinámico de un fluido. Derivan de aplicar los principios de conservación de la mecánica y de la termodinámica al fluido, de donde se obtiene una formulación integral que generalmente se suele transformar en una formulación diferencial más práctica. Existen diferentes formulaciones para estas ecuaciones, en función del problema que se desea resolver. Muchos fluidos exhiben una relación lineal entre las componentes del esfuerzo y los gradientes de velocidad. Se llaman fluidos newtonianos a tales materiales, que incluyen fluidos comunes tales como agua, aceite y aire. Si además de la linealidad se exige que el fluido sea isentrópico (las propiedades del fluido son independientes de la dirección) es posible relacionar las componentes del esfuerzo y los gradientes de velocidad empleando sólo dos propiedades del

esfuerzo-velocidad-gradiente, conocidas como ecuaciones constitutivas son:

$$\tau_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad \tau_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad \tau_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{ec79})$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (\text{ec80})$$

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = -p + 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{ec81})$$

Para la generalidad de los gases, y con exactitud para los gases monoatómicos, el segundo coeficiente de viscosidad está relacionado con la viscosidad como:

$$\mu = \frac{2}{3} \eta \quad (\text{ec82})$$

Condición conocida como hipótesis de Stokes. Con esta relación el promedio negativo de los tres esfuerzos normales es igual a la presión, es decir:

$$-\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = p \quad (\text{ec83})$$

En el caso de un flujo compresible la ecuación de continuidad permite derivar las ecuaciones:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (\text{ec84})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho \frac{dV}{dt} \quad (\text{ec85})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho \frac{dV}{dt} \quad (\text{ec86})$$

Éstas se denominan *ecuaciones de Navier-Stokes*; con ellas y la ecuación diferencial de continuidad se tienen cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas, u, v, w, y p. Se supone que las propiedades de viscosidad y densidad del fluido se conocen. Con las condiciones de borde apropiadas, es de esperar que se puedan resolver las ecuaciones. Varias geometrías relativamente sencillas permiten soluciones analíticas; aunque para muchos flujos de interés ingenieril se han determinado soluciones numéricas. Puesto que las ecuaciones son ecuaciones diferenciales parciales no lineales, no se puede confiar en que la solución que se obtenga se pueda reproducir realmente en el laboratorio; es decir, las soluciones no son únicas.

2.2.9 Modelo de turbulencia eddy viscosity

Una propuesta sugiere que la turbulencia se compone de pequeños remolinos que se forman y disipan continuamente, en la cual los esfuerzos de Reynolds se asumen proporcionales a los gradientes de la velocidad media. Esto define a los modelos “Eddy-Viscosity”. Esta hipótesis supone que los esfuerzos de Reynolds pueden estar relacionados con los gradientes de velocidad promedio y la viscosidad de “Eddy”, a través de la hipótesis del gradiente de difusión. Se representan mediante la ecuación 87:

$$\tau_{ij} = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (ec87)$$

Donde μ_t es la viscosidad turbulenta o viscosidad de Eddy.

Análoga a la hipótesis de viscosidad de Eddy, la difusividad de Eddy es la hipótesis que afirma que los flujos de Reynolds son un escalar linealmente relacionadas con el gradiente de la media escalar como se muestra en la ecuación 88:

$$\Gamma_{ij} = \mu_t \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \quad (ec88)$$

Donde Pr_t , el numero de turbulencia de Prandtl.

Las ecuaciones anteriores sólo pueden expresar los términos de las fluctuaciones de la turbulencia en función de la velocidad promedio si la viscosidad turbulenta se conoce, tomando en cuenta que tanto los modelos $k - \epsilon$ y $k - \omega$ proporcionan esta variable; sujeto a esta hipótesis, tanto la ecuación de momento promedio de Reynolds y la ecuación escalar de transporte se pueden expresar como:

$$\rho \frac{D u_i}{D t} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i + B_i \quad (ec89)$$

Donde B es la suma de las fuerzas en el cuerpo y μ es la viscosidad efectiva.

2.2.10 Modelo de turbulencia kappa- epsilon ($k - \epsilon$)

El modelo de turbulencia empleado para el flujo multifásico es una generalización del modelo $K - \epsilon$ para una sola fase. Implementando el modelo $K - \epsilon$ sólo para la fase continua no teniendo en cuenta los efectos de la fase dispersa sobre la turbulencia de la fase continua. Su expresión matemática es:

Donde k =energía cinética de turbulencia y ϵ = Disipación viscosa

Si bien los modelos estándar de dos ecuaciones, como el modelo $k - \epsilon$, dan una buena predicción para muchos problemas de fluidos en ingeniería, existen otras aplicaciones para las cuales estos modelos pueden no ser los más adecuados. Entre estos se encuentran: Flujos con separación de capa límite, corrientes con cambios bruscos en la tasa promedio de los esfuerzos, flujos rotativos., flujos sobre superficies curvas. Entre las principales ventajas e inconvenientes del modelo de turbulencia $k - \epsilon$ son las siguientes:

Ventajas:

- Sólo se necesita fijar las condiciones iniciales y de contorno.
- Resultados satisfactorios para una gran cantidad de flujos.
- Es el modelo turbulento más ampliamente utilizado en la mayoría de flujos en aplicaciones industriales.
- Se dispone de leyes de pared desarrolladas como condiciones de contorno para este tipo de modelos.
- Desde el punto de vista de modelado computacional, presenta mejor rendimiento en flujo rotacional.

Inconvenientes:

- Implementación más compleja que los modelos algebraicos debido a la introducción de dos ecuaciones diferenciales adicionales.
- Pobres resultados en casos como: flujos no confinados, flujos con grandes gradientes longitudinales, flujos turbulentos completamente desarrollados en conductos no circulares.

2.2.11 Modelo de turbulencia $k - \omega$

Una de las ventajas de la formulación $k - \omega$ es el tratamiento para zonas cercanas a la pared para cálculos con bajo número de Reynolds. El modelo no

requiere la resolución de ecuaciones no lineales complejas, como en el modelo $k - \epsilon$ y por lo tanto es más preciso y más robusto. El modelo $k - \epsilon$ asume que la viscosidad turbulenta está relacionada con la energía cinética de la turbulencia, mediante la relación siguiente:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \tag{ec91}$$

Donde ϵ = Rata de disipación específica

El punto inicial de la presente formulación es que el modelo $k - \epsilon$ desarrollado por Wilcox resuelve dos ecuaciones de transporte, una para la energía cinética de la turbulencia, k y otra para la frecuencia de la turbulencia.

Ecuación k.

$$\frac{dk}{dt} + U \frac{dk}{dx} = P_k - \epsilon_k + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right) \tag{ec92}$$

Ecuación

$$\frac{d\epsilon}{dt} + U \frac{d\epsilon}{dx} = \frac{C_\epsilon}{k} P_k \epsilon - \epsilon^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) \tag{ec93}$$

Las variables independientes, la densidad, ρ , y el vector de velocidad, U , son tratadas como variables conocidas provenientes del método de Navier-Stokes. P_k es la tasa de producción de turbulencia, la cuales se calculan en el modelo $k - \epsilon$.

2.2.12 Modelo shear stress transport (SST)

El modelo $k - \omega$ basado en el transporte de esfuerzos cortantes, brinda una alta precisión en la predicción de la aparición y cantidad de la separación de flujos bajo condiciones de gradientes de presión adversas; esta alta precisión se obtiene limitando la formulación de “Eddy Viscosity” restringiendo el limitador de la capa límite de la pared. Su formulación se basa en la distancia más cercana a la superficie y en las variables de flujo.

2.2.13 Modelos de la capa límite

La capa límite es la zona del campo fluido próxima a un contorno sólido en la que se manifiestan especialmente los efectos viscosos. Debido a la viscosidad y a la condición de no deslizamiento, cerca de cualquier contorno sólido aparece un gradiente de velocidades en la dirección normal a dicho contorno. Este gradiente de velocidades condiciona el intercambio energético entre las distintas partículas de fluido con velocidades diferentes, originando vorticidad y turbulencia.

El problema básico para la modelización numérica del intercambio energético en la capa límite sobre cualquier frontera sólida consiste en la definición correcta de las velocidades de las partículas en una zona muy próxima a dicha frontera. Esto implica una densidad de mallado muy elevada, necesaria para capturar los distintos fenómenos que se producen dentro de la capa límite.

Esta dificultad se ha abordado usando varias aproximaciones, que se pueden englobar en cuatro grupos: modelos de distribución de las pérdidas, modelos de capa de cortadura, modelos de capa límite y leyes de pared, que son brevemente explicados a continuación.

2.2.14 Modelo de distribución de las pérdidas

Este tipo de modelos constituye una aproximación muy usada en flujos internos (el fluido está confinado en un canal de paso limitado por paredes sólidas). La hipótesis básica consiste en suponer que el efecto de las tensiones cortantes debidas a la viscosidad es equivalente a una fuerza de rozamiento distribuida a lo largo del canal de paso y definida por valores semi-empíricos conocidos del problema a resolver.

Aunque con este tipo de modelos se puede predecir el flujo en gran parte de la geometría, es claro que se pierde la definición en zonas cercanas a las superficies sólidas. A veces esta falta de precisión en la definición del flujo no es tolerable y se requiere superponer algún modelo de capa límite complementario.

Los modelos de distribución de pérdidas fueron muy populares en los inicios de las técnicas CFD cuando la potencia de cálculo hacía difícil de llevar a la práctica cualquier otro tipo de modelo.

2.2.15 Modelo de aproximación límite

Derivado de los estudios de Prandtl sobre la estructura del flujo para elevados valores del número de Reynolds. Bajo estas condiciones, el campo de velocidades en un fluido se puede separar en dos zonas, una de flujo no viscoso alejada de los contornos sólidos y otra dominada por los efectos de la viscosidad, denominada capa límite. Las ecuaciones de este tipo de modelos se pueden derivar de las del modelo de la capa de cortadura simplificándolas aún más mediante la hipótesis del valor despreciable de la velocidad en la dirección normal a la superficie considerada en comparación con la velocidad en la dirección de las líneas de corriente.

2.2.16 Modelos del espesor de capa fina

Son métodos apropiados para flujos con elevados números de Reynolds en los que las zonas de influencia viscosa, estelas o capas de cortadura ocupan una extensión muy reducida dentro de la geometría del problema estudiado. Fuera de estas zonas, resulta suficiente con considerar el modelo de fluido ideal. Para este tipo de modelos se requiere una discretización espacial muy densa en las zonas en las que se espera influencia de los términos viscosos. En realidad, se trata de un cálculo ligeramente más avanzado que el correspondiente al modelo de capa límite, porque en este caso la geometría de la capa límite es resultado del cálculo y no se introducen hipótesis adicionales. Este tipo de modelos ha sido aplicado a multitud de problemas relacionados con aplicaciones aerodinámicas.

Una posibilidad distinta a los modelos mencionados consiste en incluir en los cálculos alguna aproximación para la distribución de velocidades esperada. Con tal fin, se pueden utilizar las distribuciones de velocidad obtenidas experimentalmente, pero la práctica habitual consiste en utilizar los datos de distribuciones teóricas. En el contexto de los métodos numéricos, las funciones o

“leyes de pared” constituyen un conjunto de fórmulas semi-empíricas que relacionan los valores de las distintas variables en las zonas próximas a los contornos sólidos y sobre dichos contornos. Normalmente incluyen tanto las relaciones para las variables medias y formulas para el tratamiento de la turbulencia en zonas próximas a los contornos sólidos. La definición de las distintas fórmulas, con rangos de aplicación variables, proviene de los estudios sobre capa límite y parten de la definición de las variables adimensionales características de dichos estudios. Suelen distinguirse dos zonas que dan lugar a la utilización de las denominadas leyes para capas internas y leyes para capas externas.

2.2.17 Niveles de aproximación numérica

El desarrollo de las técnicas numéricas y su aplicación a cualquier ciencia o tecnología han dado lugar al desarrollo y a la concienciación generalizada de uno de los conceptos básicos en ingeniería como es el de grado de aproximación. Esta idea es bastante clara si se considera que lo que se pretende con cualquier técnica numérica es conocer las variables físicas a partir de la resolución numérica de una serie de ecuaciones que gobiernan el fenómeno.

Se han de definir y establecer las distintas aproximaciones que introducen los métodos numéricos. En lo referente a la Mecánica de Fluidos, la primera aproximación que aparece es el planteamiento del modelo físico-matemático que defina el comportamiento real de un determinado flujo. Dicho modelo matemático está habitualmente basado en la hipótesis del continuo, válida para la mayor parte de problemas industriales, pero que tiene sus limitaciones para casos extremos de flujos de gases. Una vez hecha esta salvedad, aplicando las leyes básicas de la física clásica se puede establecer una serie de ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento matemático de toda partícula fluida. La resolución exacta de dichas ecuaciones serviría para determinar completamente cualquier movimiento en el seno de un fluido. Se puede decir que un modelo matemático se define únicamente tras haber considerado el nivel

de aproximación a la realidad requerido a la hora de obtener la exactitud deseada en el cálculo de una serie de variables dependientes. Desafortunadamente, debido a la complejidad de las ecuaciones diferenciales que aparecen, a la complejidad geométrica de los flujos, y a la complejidad de las condiciones de contorno iniciales, no resulta posible obtener soluciones analíticas de dichas ecuaciones de gobierno.

Establecidas las ecuaciones de gobierno resulta imprescindible introducir una segunda aproximación al problema. La forma clásica de abordarlo sería construir un modelo a escala reducida del flujo en cuestión y analizarlo experimentalmente en el laboratorio. La aproximación numérica implica introducir algunas hipótesis simplificadas que aproximen lo más posible los resultados finales a los que se obtendrían si se pudiera calcular la solución exacta. Dichas hipótesis se dirigen habitualmente hacia la simplificación tanto de la geometría a estudiar como de las ecuaciones a resolver. Obviamente, al no disponerse de la solución analítica exacta resulta bastante complicado establecer de antemano qué hipótesis sirven y cuales son descartables y, por tanto, en cualquier simulación aplicada a la Mecánica de Fluidos, es preciso dedicar mucho esfuerzo al análisis de los resultados obtenidos antes de aceptarlos como válidos.

Una vez definidas las ecuaciones diferenciales simplificadas, aparece otro problema relacionado con el posible tratamiento que se pueda hacer de dichas ecuaciones usando técnicas computacionales. Por medio de los ordenadores resulta muy fácil resolver una ecuación o sistema de ecuaciones algebraico, sin embargo, las ecuaciones que estudian el movimiento de los fluidos son ecuaciones diferenciales no lineales. Resulta obligatorio realizar la transformación de las ecuaciones de forma que puedan ser resueltas por un ordenador. El paso de las ecuaciones diferenciales a sus equivalentes lineales constituye otro nivel de aproximación y normalmente recibe el nombre de discretización de las ecuaciones.

En cuanto a la geometría a estudiar, se debe señalar que la aproximación a la que debe someterse no sólo es de orden descriptivo respecto a su contorno, sino que además ha de establecerse la definición del espacio ocupado por el fluido. En este sentido, resulta imprescindible referir los puntos a un determinado sistema de coordenadas en los que se pretenderá resolver las ecuaciones para obtener soluciones de las variables deseadas. Aunque el campo fluido sea un continuo, no se puede pretender resolver las ecuaciones en todos los puntos de un determinado volumen, porque entonces se tendría un número enorme de ecuaciones a resolver. Por tanto, hay que elegir cierto conjunto de puntos en los que se resolverán las mencionadas ecuaciones y que serán los puntos dónde finalmente se conocerán los valores de las variables fluidas. La definición de estos puntos es lo que se denomina habitualmente discretización espacial del dominio (también se habla de generación del mallado). El proceso descrito no deja de ser otra aproximación que se introduce en el cálculo y que define el nivel de aproximación espacial.

En el caso de tener ecuaciones que dependan de la variable tiempo (flujo no estacionario) es esencial la definición de un nivel de aproximación temporal. No es posible tampoco estudiar la evolución de las variables en el tiempo de forma continua. El nivel indicará la forma de modelizar la evolución real introduciendo lo que se denomina discretización temporal del sistema de ecuaciones. A partir de la solución calculada se podrá realizar un promediado temporal oportuno para estudiar ciertas características medias de flujo que dependan de la evolución de las variables con el tiempo.

Finalmente, se pueden manipular las ecuaciones eliminando ciertos términos cuya influencia en un determinado problema se considere despreciable. La conclusión de que algún término no afecta a la solución de un determinado flujo se debe alcanzar tras analizar detenidamente la sensibilidad del problema ante valores dispares de dicho término. Normalmente dicho estudio se hace tras dimensionalizar convenientemente las ecuaciones y realizar el correspondiente

análisis de semejanza (técnicas asintóticas). Esta cuestión es de importancia capital en la Mecánica de Fluidos y está en el origen de cualquier estudio experimental. Desde el punto de vista numérico, la eliminación de algún término en las ecuaciones introduce lo que se denomina nivel de aproximación dinámico de las ecuaciones consideradas.

Resumiendo, desde el modelo matemático (ecuaciones diferenciales no lineales) que aproxima la realidad física en un medio continuo se llega a un número finito de ecuaciones algebraicas que eliminan algún término de las ecuaciones de partida y que aproximan la evolución temporal real que, tras resolver con técnicas apropiadas, proporcionan una aproximación al valor de las variables incógnita en los puntos elegidos como discretización espacial del dominio de cálculo. En definitiva, se establece un nivel de aproximación numérico límite por debajo del cual será imposible acercarse al valor real de las variables en los puntos elegidos. Sin embargo, desde un punto de vista ingenieril, el proceso descrito es perfectamente válido y ha significado a lo largo de la evolución de las técnicas numéricas, la posibilidad de mejorar diseños y ahorrar mucho esfuerzo que de otra manera supondría trabas insalvables a la evolución de muchos sectores industriales. En la figura 8 se muestra gráficamente la panorámica explicada en este apartado.

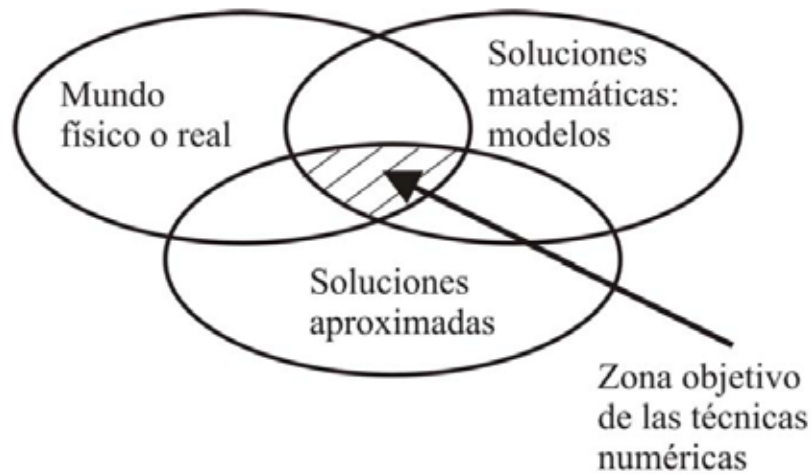


Figura 8: Técnicas de aproximación numérica en mecánica de fluidos
(Fuente: ANSYS CFX-SolverTheory Guide)

2.2.18 Método de solución numérica

Existen dos métodos fundamentales para el diseño y el análisis de sistemas en ingeniería relacionados con el flujo de fluidos: uno es la experimentación y otro es el cálculo. La experimentación, es basada mediante la construcción de modelos que son ensayados en instalaciones, mientras el segundo, el cálculo significa la resolución de ecuaciones diferenciales, estas ecuaciones se resuelven por métodos analíticos tradicionales o por métodos alternativos como se aplica a este trabajo, la cual es el método de volumen finito, en ambos métodos se puede hacer el uso de las herramientas computacionales para rapidez de cálculos.

Ambos métodos se complementan entre si, por ejemplo, los ingenieros podrían obtener propiedades globales, como sustentación, fuerza de arrastre, caída de presión o potencia, experimentalmente; pero emplean la CFD para obtener detalles acerca del campo de flujo, como los esfuerzos de corte, velocidad y perfiles de presión y líneas de corriente. Además, los datos experimentales se emplean con frecuencia para validar soluciones de CFD al comparar cantidades globales determinadas de manera computacional y experimental. La CFD se emplea para reducir la cantidad necesaria de análisis

experimental. Actualmente la dinámica de fluidos computacional puede manejar flujos laminares, pero los flujos turbulentos de interés práctico son difíciles de resolver sin tener que recurrir a los modelos de turbulencia. Por desgracia, ningún modelo de turbulencia es universal y una buena solución en CFD de flujo turbulento depende de que tan apropiado sea el modelo de turbulencia aplicado. A pesar de esta limitación, los modelos estándares producen resultados razonables para muchos problemas prácticos de ingeniería. Continuando con lo antes dicho, se tiene que el punto de partida de cualquier método numérico es el modelo matemático, la selección las ecuaciones diferenciales o integrales y las condiciones de borde. Se elige un modelo apropiado para la aplicación (flujos compresibles o incompresibles, turbulentos, de dos o tres dimensiones, etc.). Como ya dijimos, este modelo podría incluir simplificaciones de las leyes de conservación. Un método de solución es designando un modelo para una ecuación en particular seleccionada.

2.2.19 Procedimiento para la solución en CFD

Para resolver de manera numérica las ecuaciones de gobierno del problema a estudiar en este trabajo se tienen los siguientes pasos:

- Elegir un dominio computacional y se genera una malla (conocida también como red de nodos); este dominio se divide en muchos elementos pequeños llamados celdas. Para dominios de dos dimensiones (2D), las celdas son áreas, mientras que para dominios tridimensionales (3D) las celdas son volúmenes. Un dominio computacional es la región en el espacio en la cual las ecuaciones de movimiento se resuelven mediante la CFD. Una celda es un subconjunto pequeño del dominio computacional. Los límites de un dominio bidimensional se denomina lados, y los límites de un dominio tridimensional se llaman caras.
- Especificar las condiciones de frontera en cada lado del dominio computacional (flujos 2D) o en cada cara del dominio (flujos 3D).

- Seleccionar el tipo de fluido (agua, aceite, gasolina, entre otros), junto con las propiedades del fluido (temperatura, densidad, viscosidad, etc). La mayoría de los paquetes de CFD tienen integrada bases de datos de propiedades de algunos fluidos.

Los valores de la primera aproximación para las variables del campo de flujo se especifican para cada celda. Estas son condiciones iniciales, que podrían ser correctas o no, pero son necesarias como punto de partida, para que la iteración pueda seguir. Al comenzar con los valores de la primera aproximación, las formas discretizadas de las ecuaciones de gobierno se resuelven por iteración, en el centro de cada celda. Si se trasladan todos los términos de la ecuación 2.39 a un lado para obtener cero del otro lado de la ecuación, la solución numérica sería “exacta” cuando al sumar todos estos términos, el residuo, se volviera cero para cada celda del dominio en una solución de CFD, esta suma nunca es cero, pero suele disminuir al hacer las iteraciones. Un residuo se considera como una medida de la desviación de una solución numérica para determinada ecuación de conservación o transporte respecto a la solución exacta, se debe monitorear el residuo promedio relacionado con cada ecuación de conservación o transporte para ayudar a determinar cuando converge la solución. A veces se necesitan cientos, o hasta miles, de iteraciones para que converja la solución a una solución final. Cuando converge la solución, las variables del campo de flujo como la velocidad y la presión se trazan y analizan gráficamente, Los usuarios pueden definir a y analizar otras funciones particulares que se forman mediante combinaciones algebraicas de variables de campo de flujo. La mayoría de los paquetes de CFD tienen integrados post- procesadores, diseñados para analizar el campo de flujo de manera gráfica y rápida, también hay paquetes post-procesadores autónomo. Las propiedades globales del campo de flujo, como la caída de presión, las propiedades integrales, como las fuerzas (de sustentación y de arrastre), los torques que actúan sobre un cuerpo, se calculan a partir de la

solución que se obtiene por convergencia. Con la mayoría de los paquetes de CFD esto puede hacerse “sobre la marcha” a medida que proceden las iteraciones, en numerosos casos, de hecho, es aconsejable monitorear estas cantidades junto con los residuos durante el proceso de iteración; cuando converge una solución, las propiedades globales e integrales deben establecerse en valores constantes también.

2.2.20 Verificación de la geometría

Para determinar si la convergencia de la solución numérica es fiable, existen algunos criterios computacionales basados en la calidad del mallado que permiten corroborar la veracidad de los resultados.

- **Verificación de ejes “sliver edge checking”.**

Realiza una búsqueda de los ejes más pequeños en la geometría, los cuales pueden producir una malla de baja calidad en regiones cercanas a estos; usando como criterio el valor de tolerancia de longitud mínima de un eje, 1.6×10^{-1} [mm].

- **Verificación de caras “sliver face checking”.**

Es un factor de verificación de geometría que relaciona el perímetro con el área para cada cara. Caras con un factor de “SliverFace” pueden resultar en mallas con una pobre calidad superficial. El valor máximo permisible de “Sliver Factor” es 25.

- **Verificación de la distorsión “parametrization face checking”.**

Es un parámetro que mide la distorsión de las caras, la máxima distorsión aceptada normalmente es 10.

2.2.21 Calidad de la malla

Usar una malla con adecuada calidad es una parte importante para controlar los errores de discretización. La calidad de la malla puede ser medida mediante el cálculo de tres valores principalmente como lo son:

- **Ortogonalidad de mallado “mesh orthogonality”.**

El concepto de malla ortogonal se refiere al ángulo entre caras de elementos adyacentes o el ángulo entre ejes de elementos adyacentes, estén cerca de su ángulo óptimo (por ejemplo, 90° para cuadrilátero y los 60° para elementos de caras triangulares). La medida más relevante de la ortogonalidad de la malla, se ilustra a continuación en la figura 9. Se trata del ángulo entre el vector que une a dos (volumen de control) nodos (s) y el vector normal en cada punto de integración de superficie (n) asociados con el borde. El mínimo ángulo de ortogonalidad aceptable es de 20° .

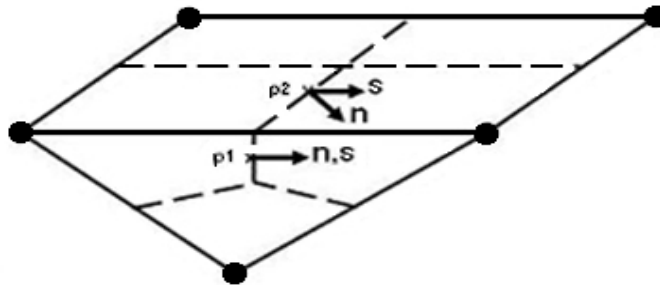
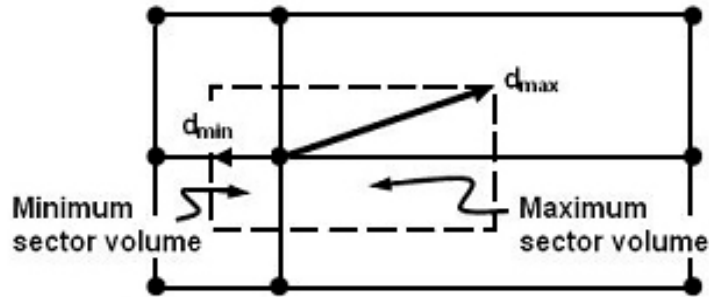


Figura 9: Ortogonalidad del mallado

(Fuente: ANSYS CFX-SolverTheory Guide)

- **Factor de expansión de la malla “mesh expansion factor”**

Este factor se refiere a la mayor tasa de cambio de volumen entre volúmenes de control adyacentes y se calcula de manera aproximada



relacionando el radio máximo con el radio mínimo de volúmenes de control adyacentes. El “Mesh expansión factor” recomendado para las aplicaciones es de 20. Un esquema de este factor se puede observar en la figura 10.

Figura 10: Factor de expansión de malla “Mesh expansión factor”
(Fuente: ANSYS CFX-SolverTheory Guide)

- **Aspecto de radio de la malla “mesh aspect ratio”.**

El concepto de “MeshAspect Ratio” estudia los elementos de la malla a medida que estos se van estrechando en mayor medida y envuelve la relación entre la máxima distancia y la mínima área adyacentes a cada nodo a través de todo el dominio. Como se ilustra en la figura 11, un rango aceptable de “MeshAspect Ratio” sería <100 .

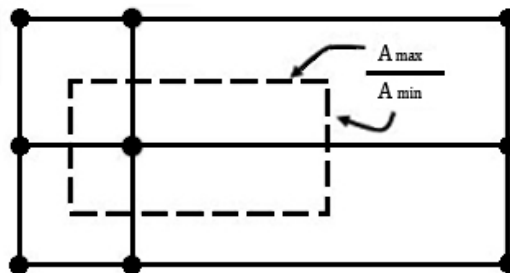


Figura 11: Aspecto de radio de la malla “mesh aspect ratio”
(Fuente: ANSYS CFX-SolverTheory Guide)

2.2.22 Criterio de convergencia (RMS).

El Residuo llamado “Raíz Cuadrada Media”, RMS por sus siglas en inglés “Root Mean Squar”, consiste en sumar todos los residuos del dominio, determinar la media de los residuos y por último calcular la raíz cuadrada de la media obtenida. Una medida de cuán bien converge la solución puede ser obtenida por el trazado de los residuos para cada ecuación al final de cada intervalo de tiempo de la simulación (iteración) o “TimeStep”. Para la determinación del valor de RMS razonable para evaluar la convergencia pueden tenerse en cuenta los siguientes lineamientos:

Valores por encima de 1×10^{-4} puedan ser suficientes para obtener una evaluación cualitativa del campo de flujo

1×10^{-4} es una convergencia relativamente precisa, pero puede ser suficiente para muchas aplicaciones de ingeniería

1×10^{-5} representa una buena convergencia y usualmente suficiente para la mayoría de aplicaciones de ingeniería.

1×10^{-6} ó menor representa una convergencia bastante alta y es ocasionalmente requerida para problemas sensibles a la geometría. En muchos casos no es posible obtener este nivel convergencia, particularmente utilizando un programa de solución de ecuaciones de precisión simple.

2.3 Definición de términos básicos

Caudal: cantidad de fluido que pasa por segundo por un área determinada.

Cantidad de movimiento: es la cantidad de movimiento por unidad de volumen integrada sobre el volumen, donde la cantidad de movimiento por unidad de volumen es la densidad de la partícula material multiplicada por su velocidad.

Chorro Libre: es considerado como un flujo fluido que fluye desde un conducto hacia una zona relativamente grande que contiene fluido, el cual tiene una velocidad respecto al chorro que es paralela a la dirección del flujo en el chorro.

Condición de estancamiento: estado termodinámico en el cual la sustancia alcanza el reposo de forma adiabática y toda su energía se encuentra en forma de entalpía.

Entalpía: es la cantidad de energía que un sistema puede intercambiar con su entorno.

Entropía: puede definirse esquemáticamente como el "progreso para la destrucción" o "desorden inherente a un sistema".

Ecuación de continuidad: Se usa para relacionar la densidad del fluido, el área del fluido y la velocidad de éste en dos secciones del sistema donde existe flujo estable. Es válido para todos los fluidos, ya sean gases o líquidos.

Estabilidad: una medida de la capacidad de un sistema de resistir la perturbación. La capacidad de recuperar la posición original tras el cambio.

Flujo: el flujo de una cantidad por una superficie. Por ejemplo, el flujo de la energía siempre va desde algún lugar a otro lugar, es decir que la naturaleza del vector es importante.

Fluido: se define como una sustancia que se deforma continuamente bajo la acción de un esfuerzo de corte, por tanto, en ausencia de este, no habrá deformación. Los fluidos pueden clasificarse de manera general de acuerdo con la relación entre el esfuerzo de corte aplicado y la relación de deformación.

Flujo compresible: es aquel en los cuales los cambios de densidad de un punto a otro no son despreciables.

Flujo ideal: es aquel flujo incompresible y carente de fricción. La hipótesis de un flujo ideal es de gran utilidad al analizar problemas que tengan grandes gastos de fluido, como en el movimiento de un aeroplano o de un submarino. Un fluido que no presente fricción resulta no viscoso y los procesos en que se tenga en cuenta su escurrimiento son reversibles.

Flujo permanente: llamado también flujo estacionario. Este tipo de flujo se caracteriza porque las condiciones de velocidad de escurrimiento en cualquier punto no cambian con el tiempo, o sea que permanecen constantes con el tiempo o bien, si las variaciones en ellas son tan pequeñas con respecto a los valores medios.

Flujo unidimensional: es un flujo en el que el vector de velocidad sólo depende de una variable espacial, es decir que se desprecian los cambios de velocidad transversales a la dirección principal del escurrimiento. Dichos flujos se dan en tuberías largas y rectas o entre placas paralelas.

Flujo uniforme: este tipo de flujos son poco comunes y ocurren cuando el vector velocidad en todos los puntos del escurrimiento es idéntico tanto en magnitud como en dirección para un instante dado o expresado matemáticamente.

Gradiente: el índice de mayor cambio por unidad de longitud de una variable en el espacio a partir de un punto de interés.

Ley del gas ideal: afirmación de que la relación entre el producto de la presión y el volumen de un gas y su temperatura es una constante.

Número de Mach: es la razón entre la velocidad del objeto y la velocidad del sonido en el medio donde viaja.

Transferencia de calor: es el paso de energía térmica de un cuerpo de mayor temperatura a uno de menor temperatura.

Tobera: ducto corto con sección transversal variable usado para conducir un flujo compresible con la finalidad de que intercambie energía cinética y energía potencial elástica en términos de su presión absoluta.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo de investigación

La investigación puede ser de varios tipos, y en tal sentido se puede clasificar de distintas maneras, sin embargo es común hacerlo en función de su nivel, de acuerdo a esto podemos clasificarlas en: Investigación exploratoria, la cual se efectúa sobre un tema u objeto desconocido o poco estudiado y su resultado constituye una visión aproximada de dicho objeto, Investigación descriptiva, la cual consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno, individuo o grupo con el fin de establecer su estructura o comportamiento, y la Investigación explicativa que se encarga de buscar el porqué de los hechos mediante el establecimiento de relaciones causa y efecto

Esta investigación será de tipo exploratoria, ya que se caracteriza por explorar el comportamiento del campo de flujo incompresible que pasa a través del rotor de una turbina hidráulica tipo Francis mediante la manipulación de las variables envueltas en el mismo, a través de aproximaciones numéricas, utilizando los adelantos de la Dinámica de Fluidos Computacional o CFD, y comparándolo con resultados de trabajos anteriores.

3.2 Diseño de investigación

De acuerdo con Hernández (2004), el diseño de investigación constituye el plan general del investigador para conseguir una respuesta clara a sus interrogantes o comprobar una hipótesis de investigación. El diseño de la investigación se encarga de detallar las estrategias básicas que el investigador adopta para conseguir información exacta y que se pueda interpretar. El tipo de investigación es la manera que se va a adoptar para cumplir con los objetivos, existen varios tipos de investigación los cuales pueden ser; Experimental, de Campo o Documental.

El diseño de la investigación se encarga de detallar las estrategias básicas que el investigador adopta para conseguir información exacta y que se pueda interpretar. El tipo de investigación es la manera que se va a adoptar para cumplir con los objetivos, existen varios tipos de investigación los cuales pueden ser; Experimental, de Campo o Documental.

En base al objetivo general, se concibe que el nivel de la actual investigación será de tipo documental ya que en este se busca obtener y analizar datos provenientes de materiales impresos u otro tipo de documentos para realizar la simulación y comparación de los fenómenos físicos y el campo de flujo presentes que integran el campo de flujo a través del dominio fluidizado de una tobera convergente – divergente, en este caso con ayuda de una herramienta computacional CFD. Por lo tanto, el estudio se encuentra alineado en este nivel documental.

Según Zorrilla (1993), la investigación documental es aquella que se realiza a través de la consulta de documentos (libros, revistas, periódicos, memorias, anuarios, registros, códigos, constituciones, entre otros).

3.3 Nivel de la investigación

El nivel de conocimiento es descriptivo, y éste consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno, individuo o grupo, con el fin de establecer su estructura o comportamiento. Hernández (2004), señala que la investigación descriptiva busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice. Teniendo como objetivo indagar la incidencia y los valores en que se manifiestan una o más variables al ubicar, categorizar y proporcionar la visión de una comunidad, un evento, un contexto, un fenómeno o situación.

En este orden de ideas, la investigación se basa en describir el comportamiento del campo de flujo, ya que se espera interpretar los datos que se obtendrán mediante la manipulación de las variables involucradas en dicho campo, que pasa a través del rotor de una turbina hidráulica tipo Francis, mediante la aplicación de la Dinámica de Fluidos Computacional o CFD, en una situación rigurosamente controlada y de esta manera fijar los parámetros por los cuales se regirá la investigación.

3.4 Población y muestra

La población será las diferentes toberas convergentes – divergentes dimensionadas mediante una herramienta CAD para poder simular el campo de flujo a través de ella, mientras que las muestras seleccionadas son: los diferentes estados termodinámicos que se presentan durante el paso del flujo a través de la tobera convergente – divergente dando lugar a las curvas de variación de las propiedades en la dirección unidimensional dada por el eje axial de la tobera.

3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas para la recolección de datos son básicamente: revisiones bibliográficas, entrevistas, registros de prensa, observaciones directas, entre otras. Existen diversos instrumentos para la recolección de estos datos los cuales son: computadores, lápiz, hojas, grabadoras, fotografías, entre otras.

Las técnicas a utilizar en el presente trabajo serán:

- Localización y consolidación de los datos.
- Revisión documental: Esta técnica se realizará con el fin de profundizar la información recopilada con todas las aplicadas anteriormente, esta comprende la búsqueda de la información de documentos empresariales, que contribuyan al conocimiento del comportamiento de sucesos realizados que sirvan de apoyo para el desarrollo de teorías pertinentes para la resolución de problemas. (Candelo, 2006).

Y por ultimo, en el presente trabajo se contara con la utilidad de computadoras para conseguir los resultados obtenidos por la simulación que describen el comportamiento del campo de flujo, con los cuales se procede a comparar con valores experimentales realizados anteriormente y/o formular hipótesis en base a los principios de conservación para lograr la validación de los mismos.

3.6 Fases metodológicas

Se describirán de manera individual, las respectivas acciones, procedimientos, técnicas y actividades a realizar, para dar cumplimiento a cada uno de los objetivos específicos planteados.

Fase I: “Revisión de los documentos bibliográficos referenciales sobre el estudio del campo de flujo y su interacción a través de una tobera convergente – divergente”

Luego de una amplia investigación y documentación en base a varios artículos científicos y estudios sobre el campo de flujo compresible a través de una tobera convergente – divergente, se seleccionará una que será nuestro modelo a validar. Se van a determinar los parámetros dimensionales y condiciones de flujo seleccionada para la aplicación de la investigación y los estudios, a fin de manejarlos como data necesaria para realizar los objetivos del proyecto de investigación.

Fase II: “Aplicación de las ecuaciones de gobierno y condiciones físico-matemáticas al campo de flujo, para el estudio de una tobera convergente – divergente considerando la rugosidad absoluta”

Una vez realizada la revisión bibliográfica satisfactoria, se determinan el modelo matemático más apropiados para describir el efecto de la rugosidad absoluta sobre el campo de flujo a través de la tobera convergente – divergente, a fin de realizar la simulación numérica, basándose en la interpretación de la investigación bibliográfica y de los resultados obtenidos mediante los experimentos y/o simulaciones realizadas por otros autores que consideraron el efecto que tiene la pared sobre el desarrollo del flujo, así como la posibilidad de obtener valores apropiados en caso de una comparación directa con el modelo de flujo de Fanno en ductos de sección transversal constante.

Fase III: “Aplicación de las ecuaciones de gobierno y condiciones físico-matemáticas al campo de flujo, para el estudio de una tobera convergente – divergente considerando la transferencia de calor”

Utilizar las ecuaciones de energía para procesos con transferencia de calor aplicado a ductos de sección transversal variable (modelo o flujo de Rayleigh), a fin de realizar la simulación numérica, con el apoyo de las bases bibliográficas y de ser posible la comparación de los resultados obtenidos en investigaciones similares.

Fase IV: “Discretización del dominio y establecimiento de las condiciones de contorno del modelo”

Una vez creada mediante un software de dibujo asistido por computadora, se obtiene, a partir de ella el volumen interior del campo de flujo. Para disminuir la complejidad del mallado, así como reducir los tiempos de simulación se fracciona el volumen extraído al existente entre el plano longitudinal y la generatriz del borde de la tobera convergente – divergente. Posteriormente se importa el modelo hacia el programa de mallado CFX MESH perteneciente al paquete computacional ANSYS® CFX. Luego de importar la geometría al programa de mallado se selecciona la preferencia física la cual puede ser CFD, mecánica o electromagnética, en nuestro caso Dinámica de Fluido Computacional (CFD) por tratarse del estudio de un campo de flujo. Posteriormente se indica el programa con el cual se realizará la solución de las ecuaciones de gobierno para el análisis numérico correspondiente. Luego, se selecciona el fluido que pasará a través del dominio, el cual será aire (gas ideal). Seguidamente se seleccionan la presión de referencia, la cual fue establecida como 1 atm. De tal manera que las presiones colocadas como condición de borde, así como las presiones arrojadas por el software en los resultados serán presiones absolutas. Finalmente se programan los modelos matemáticos según el tipo de estudio (flujo isentrópico, flujo de Fanno y flujo de Rayleigh) a fin de dejar establecidos los criterios de la simulación.

Fase V: “Simulación de las propiedades del flujo y obtención de los resultados en forma de data y/o gráficas.”

La simulación del campo de flujo se realiza a través de la configuración del SOLVER, es decir, ejecutando los algoritmos computacionales que fueron seleccionados para la solución de los modelos matemáticos, estableciendo también los criterios de convergencia que tendrá el software a la hora de realizar los cálculos, donde se especifica el número máximo de iteraciones o pasos a realizar para el cálculo, así como el valor objetivo del criterio de convergencia ya sea residual o máximo. El cálculo se detendrá al cumplirse cualquiera de estas dos condiciones y así poder generar la data, gráficos y/o diagramas para la descripción de las variables involucradas.

Fase VI: “Descripción y validación de los resultados con antecedentes o formulación de las hipótesis en base a una interpretación sin violar las leyes físicas”

Los datos obtenidos serán extraídos del programa en forma de data, que posteriormente usando una hoja de cálculo se transformarán en representaciones gráficas, las cuales representarán el comportamiento de las curvas de conservación de masa y momento, así como los modelos de turbulencia. Luego esta información será presentada principalmente de la siguiente forma:

- Curvas del número de mach del fluido en la dirección del flujo
- Curvas de la velocidad del fluido en la dirección del flujo
- Curvas de la temperatura del fluido en la dirección del flujo
- Curvas de la presión del fluido en la dirección del flujo

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1 Revisión de los documentos bibliográficos referenciales sobre el estudio del campo de flujo y su interacción a través de una tobera convergente – divergente

A pesar de que existen muchos trabajos sobre la descripción del flujo en toberas convergentes y toberas convergentes-divergentes, no existen tantos donde se considere el efecto de la rugosidad absoluta y/o la transferencia de calor, sin embargo se hizo una investigación a través del portal sciencedirect.com y se logró obtener algunos papers con suficiente información para guiar ésta investigación. Otros por su parte aportaron el apoyo en el área de la dinámica de fluidos computacional y el uso de técnicas de aproximación numérica para obtener los resultados deseados.

4.2 Aplicación de las ecuaciones de gobierno y condiciones físico-matemáticas al campo de flujo, para el estudio de una tobera convergente – divergente considerando la rugosidad absoluta

Se estableció como presión de entrada para la tobera una 210 kPa ya que dicho valor se encuentra dentro del rango de trabajo de una tobera convergente – divergente con aplicaciones aeronáuticas, y una presión de salida de 16,025 kPa ya que la misma garantiza un flujo supersónico en la zona divergente sin la presencia de ondas de choque normal. El fluido de trabajo es aire, debido a que por su condición de gas ideal facilita la realización del estudio, además de ser un fluido compresible. El área de estudio estará establecida para una sola tobera convergente – divergente a la cual se le variarán determinadas condiciones. Estas variaciones serán estudios para r m), las cuales corresponden a rugosidades presentes en aleaciones níquel – cromo usadas para la elaboración de dichas toberas; dichos valores de rugosidades se obtuvieron a



partir de las investigaciones realizadas por Folea, M. et al., (2007) a dicho tipo de aleaciones. Es importante destacar que a pesar de ser considerada una tobera rugosa, no se puede aplicar el modelo matemático del flujo de Fanno, ya que la sección transversal es variable.

4.3 Aplicación de las ecuaciones de gobierno y condiciones físico-matemáticas al campo de flujo, para el estudio de una tobera convergente – divergente considerando la transferencia de calor

Utilizando las mismas condiciones de trabajo que las del tópico 4.2, ahora se establece como parámetro de estudio la transferencia de calor para 4 magnitudes o tasas de transferencia ($Q = 1,225 \text{ MW/m}^2$; $Q = 2,51 \text{ MW/m}^2$; $Q = 3,765 \text{ MW/m}^2$; $Q = 5,02 \text{ MW/m}^2$), estas cantidades de calor van en función de cálculos realizados a partir de la investigación por Matarazzo, S. y Laget, H. (2011) realizada en la cual establecen las condiciones de salida del gas de la cámara de combustión. Con estas variaciones se estudió de manera completa el comportamiento del fluido. Una vez más se descarta el modelo matemático del flujo de Rayleigh, puesto que la sección transversal del ducto es variable, seleccionándose así las ecuaciones de Navier – Stokes como el modelo a aplicar en este caso.

4.4 Discretización del dominio y establecimiento de las condiciones de contorno del modelo

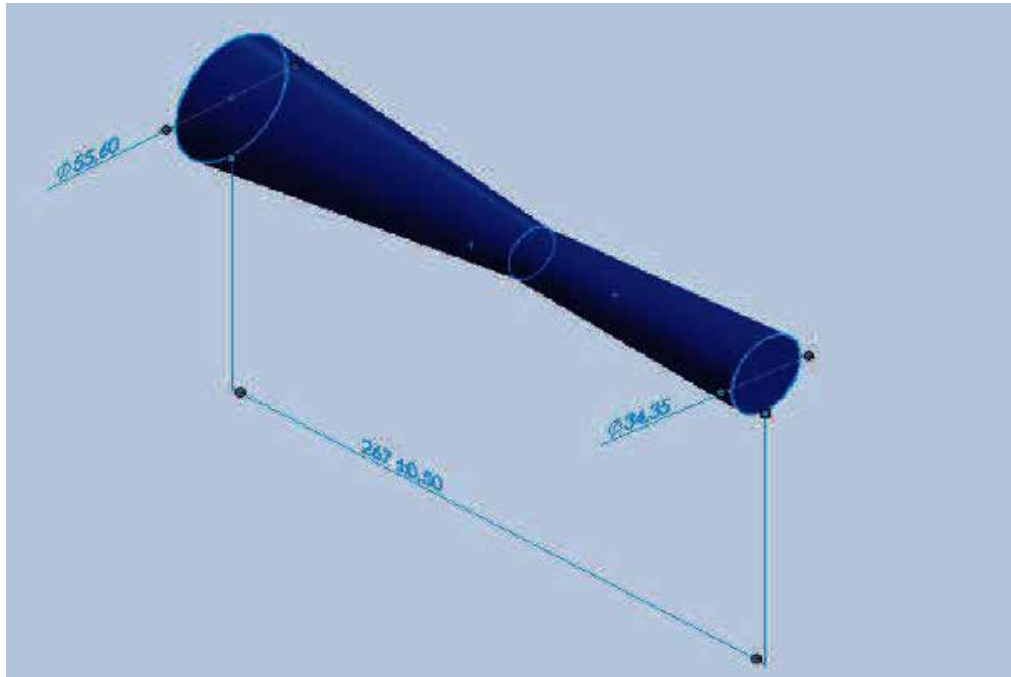
4.4.1 Selección y diseño de la tobera

Se selecciona una tobera convergente – divergente real, considerando como premisa que sea un modelo a escala de las toberas usadas en aplicaciones específicas de propulsión para la aviación comercial o militar, dicha tobera también posee unos valores de rugosidad absoluta establecidos por el material del cual son elaboradas y cantidades de calor acordes al medio donde se desarrollan. El diseño de la misma se realizó mediante la ayuda de un programa CAD y su posterior procesamiento en el programa de dinámica de fluidos computacional.

4.4.2 Modelado dimensional CAD de la tobera convergente – divergente

La tobera convergente – divergente a estudiar se realizará mediante el uso del programa de diseño SolidWorks™, el cual es el más indicado para el dibujo de la

tobera ya que permite un modelo sencillo y eficaz de las diferentes variables medidas (áreas de entrada y salida ángulos de convergencia y divergencia). En la figura 12 se observa el resultado luego de dibujar la tobera. Las dimensiones observadas en la misma son tomadas a partir de modelos de toberas tomados en otras investigaciones



como es el caso del estudio realizado por E. Ekanayake et al., (2010).

Figura 12: Geometría de la tobera convergente – divergente

(Fuente: Echezurúa 2017)

4.4.3 Establcimiento de la geometría y el mallado

Luego del dimensionamiento mediante el programa CAD, la geometría se exportó al programa de dinámica de fluidos computacional (CFD) ANSYS® CFX, donde se verificó si ésta cumple con los criterios necesarios para el correcto funcionamiento del diseño y por ende de la simulación. Luego de esto se procedió a la realización del mallado. El programa de acuerdo a la aplicación a estudiar propone lo que sería un mallado “adecuado” como punto de partida, a partir de ahí se realizaran cambios de acuerdo a la profundidad en el estudio. Este mallado ideal consiste en una mezcla de diferentes geometrías en los elementos constitutivos de la malla así como un tamaño

estándar para dichos elementos. La primera fase del mallado consiste en la selección de las superficies de entrada y salida de la tobera así como de lo que sería la pared de la misma como se muestra en la figura 13.

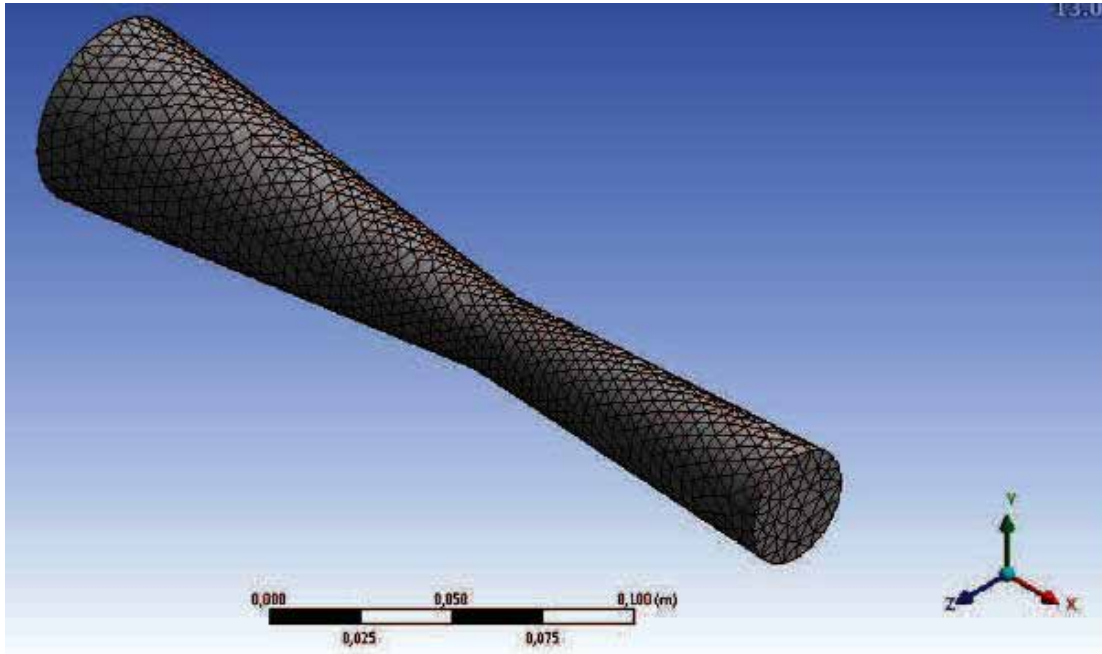


Figura 13: Establecimiento del mallado

(Fuente: Echezuría 2017)

Es un mallado con la presencia en su mayoría de elementos tetraédricos, los cuales permiten no sólo una más fácil resolución de las ecuaciones de conservación y modelos y turbulencia sino que también permiten una correcta predicción del comportamiento de las variables a ser estudiadas.

4.4.4 Configuración del dominio

En primer lugar se definió cada área de la tobera (entrada, salida entre otras) así como los límites que el flujo debe tener todo esto luego de importar el mallado. Esto se realizó mediante la herramienta CFX-Pre del programa. En su defecto se le atribuye tres superficies importantes, entrada (inlet), salida (outlet) y la generatriz de la tobera o pared (wall). Luego de la configuración de todos elementos correspondientes a la geometría y condiciones fronteras de la tobera se establecieron

las condiciones físicas que regirán el estudio como lo son: tipo de fluido (aire gas ideal), presión de referencia (1 atm), modelos de fluidos (total energy), modelos de turbulencia (modelo $k - \epsilon$) e inicialización de la simulación. En la figura 14 se muestra el resultado de dicha configuración.

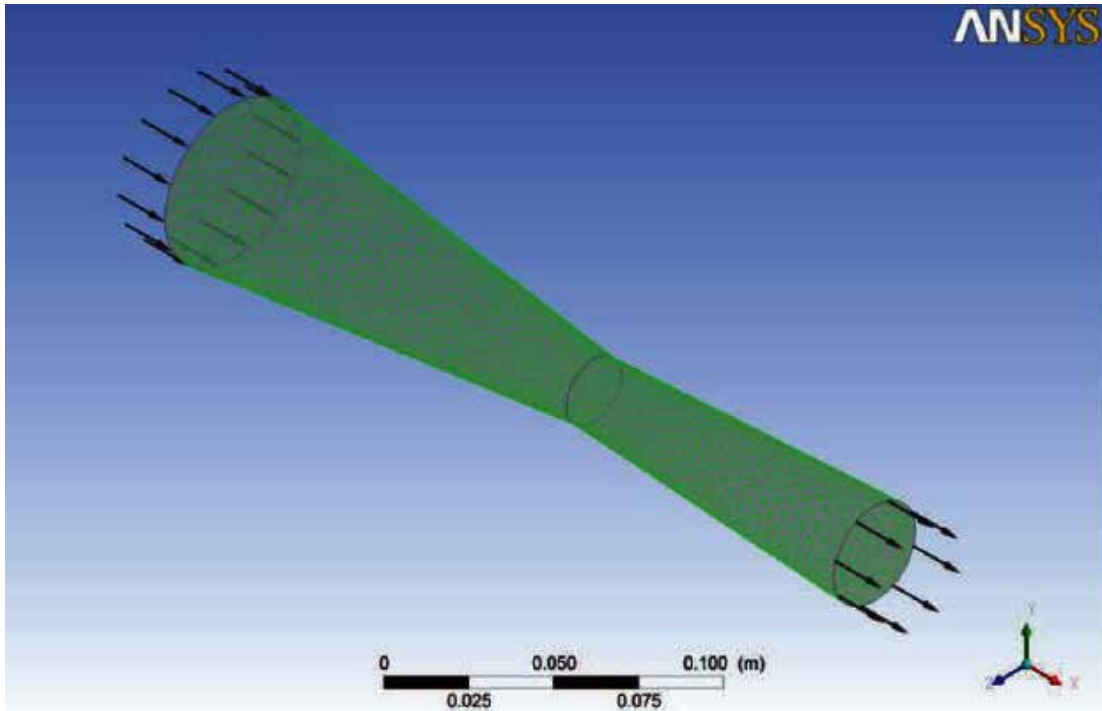


Figura 14: Configuración del dominio
(Fuente: Echezuría 2017)

4.4.5 Selección del modelo de turbulencia

La selección del modelo de turbulencia es de vital importancia debido a que el mismo no sólo será el encargado de la resolución de las ecuaciones sino también en la forma como se presentan los resultados, por lo tanto la elección de un modelo adecuado cobra tanto interés. Además que un modelo de turbulencia correcto permitirá tener una precisión más acertada además de un tiempo de resolución menor.

Los modelos a comparar son el modelo k -Épsilon (k -amplio campo de aplicación en la mecánica de fluidos computacional, además de ser uno de los más robustos para la resolución de ecuaciones en flujo compresible. El

segundo modelo será el modelo k-Omega (k- ω) modelo que ha presentado grandes avances a través de los últimos años y está ganando gran aceptación dentro de la dinámica de fluidos computacional. Y por ultimo el tercer modelo sera el “Shear Stress Transport” (SST) un modelo basado en las ecuaciones de k-Omega, pero que representa una buena opción por su precisión y exactitud en la predicción en zonas geométricas de área reducida. Aunque los tres modelos teóricamente presenten configuraciones y ecuaciones similares el método de resolución por parte del programa es distinto para cada uno.

4.5 Simulación de las propiedades del flujo y obtención de los resultados en forma de data y/o gráficas

El proceso de análisis mediante técnicas de aproximación numérica pasa por sucesivas etapas de ensayos y errores controlados en los que no necesariamente se obtienen valores correctos y/o deseados en un primer intento. La geometría, el dominio, mallado y establecimiento de las condiciones de contorno son solo el inicio de una serie cálculos computacionales que deben ir ajustándose según la convergencia de las simulaciones.

4.5.1 Convergencia de los modelos de turbulencia

Aunque los tres modelos teóricamente presenten configuraciones y ecuaciones similares el método de resolución por parte del programa es distinto para cada uno. Un factor importante que se usó para realizar la selección del modelo adecuado fue el “Imbalance” que se refiere al error porcentual que existe en las ecuaciones de momento y continuidad en la entrada y salida del dominio. Según lo reportado por ANSYS CFX-Solver Theory Guide (2016), una simulación confiable y que arroje valores precisos será aquella cuyo valor del imbalance este por debajo del 0,5%. Para realizar el estudio comparativo se tomó como estudio de referencia la tobera en su caso mas critico; es decir, cuando la transferencia de calor es máxima, esto corresponde a un flujo de transferencia de calor correspondiente a 5,02 MW/m². Como se observa en la figura 15 la convergencia de las curvas de “imbalance” se produce en la iteración número 130, esto para el modelo k-Épsilon lo que indica que

la simulación esta convergiendo y se están cumpliendo las leyes de conservación de la masa, energía y momento.

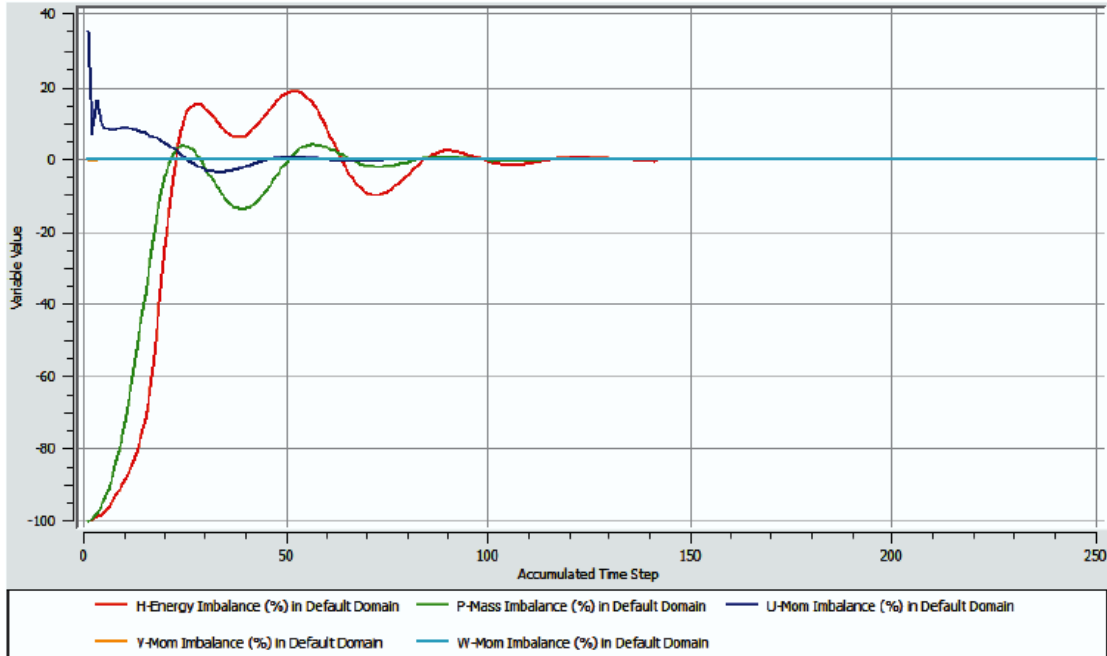


Figura 15: Imbalance para el modelo de turbulencia k-e
(Fuente: Echezuría 2017)

Otro factor importante a tener en cuenta al momento de la selección del mejor modelo de turbulencia son los tiempos computacionales que no es más que el tiempo que tarda la simulación numérica en converger completamente. En la tabla 1 se observa una comparación entre los tiempos computacionales y el número de iteraciones necesaria para que cada modelo convergiera.

Dominio	Número de Iteraciones		Tiempo computacional	
	k - e	k - w	k - e	k - w

Tabla 1: Resultados para cada modelo de turbulencia
(Fuente: Echezuría 2017)

Como se observa tanto para la comparación del “imbalance” así como la comparación de los tiempos computacionales el modelo que mejor se adapta al estudio a realizar es el modelo kappa-épsilon, el cual no solo garantiza un tiempo y un número de iteraciones menor sino también una mayor precisión y confiabilidad en los resultados arrojados.

4.5.2 Convergencia de las simulaciones

En este tópico se presenta los resultados de las simulaciones referidas al comportamiento de las curvas de convergencia tanto para las leyes de conservación de masa y momento, así como como para las ecuaciones de turbulencia, para los casos en los que el flujo a través una tobera convergente – divergente presenta las diferentes condiciones descritas en los apartados 4.2 y 4.3.

Convergencia de las simulaciones para las rugosidad absoluta

En la figuras 16 y 17 se expone la convergencia para la simulación numérica
Como se observa en
ambas figuras las iteraciones culminan al momento de alcanzar un valor de RMS o valor residual correspondiente a 1×10^{-5} valor establecido anteriormente como criterio de convergencia de la simulación.

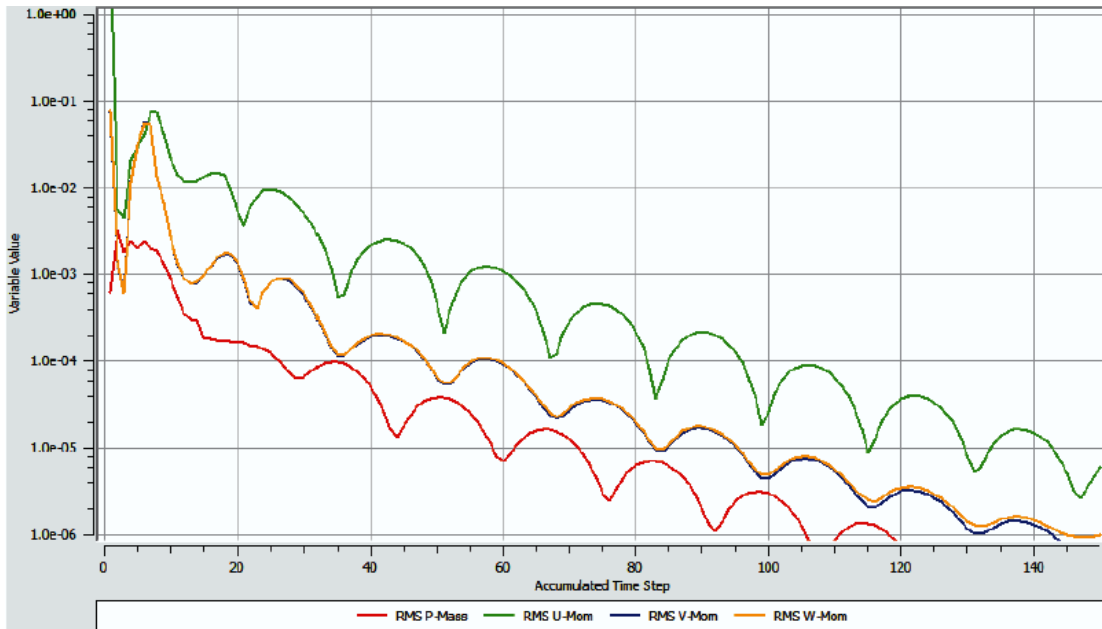


Figura 16: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $\epsilon=0,275$
 (Fuente: Echezuría 2017)

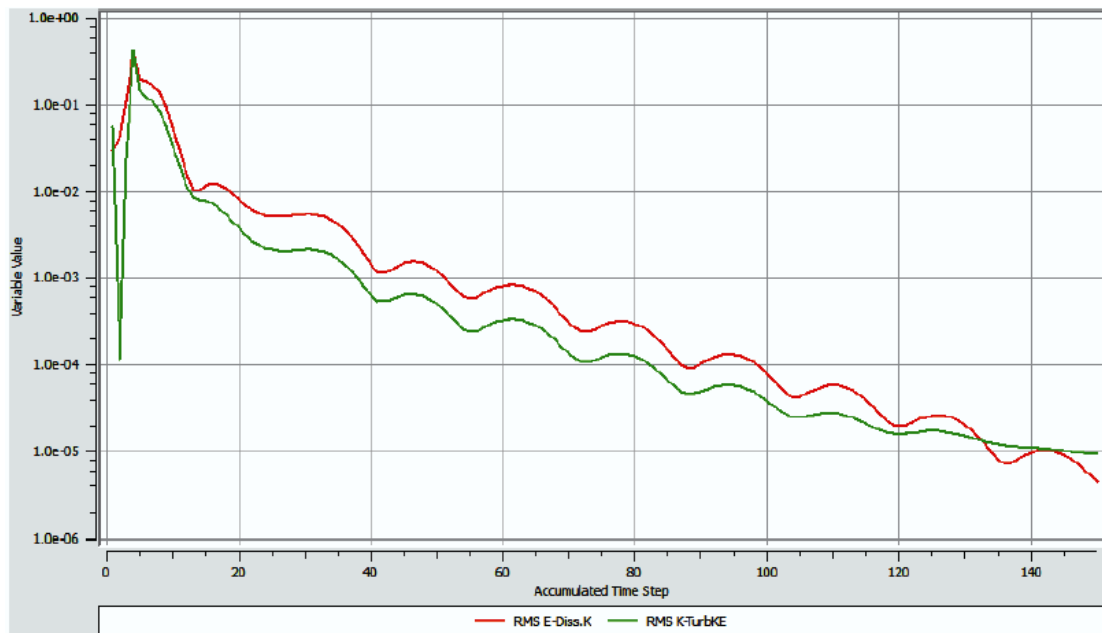


Figura 17: Convergencia de los modelos de turbulencia para $\epsilon=0,275 \mu\text{m}$
 (Fuente: Echezuría 2017)

Los resultados de las convergencias de las ecuaciones de momento, masa y modelos de turbulencia, para las rugosidades m se muestran en el apéndice A.

Convergencia de las simulaciones para el flujo de calor $Q=1,225 \text{ MW/m}^2$

De acuerdo con el apartado 4.3, se realizaron simulaciones cuando la tobera convergente – divergente recibe un flujo de transferencia de calor y en las figuras 18 y 19 se observa la convergencia de la simulación para las ecuaciones de momento y conservación de la masa, y las ecuaciones correspondiente a los modelos de turbulencia respectivamente cuando se transfiere una cantidad de calor $Q = 1,255 \text{ MW/m}^2$. Las gráficas muestran como la simulación logra la convergencia para el valor residual RMS establecido, lo que significa que hay estabilidad con las condiciones de borde establecidas, las solución de las ecuaciones de Navier – Stokes y la ecuación de la energía total.

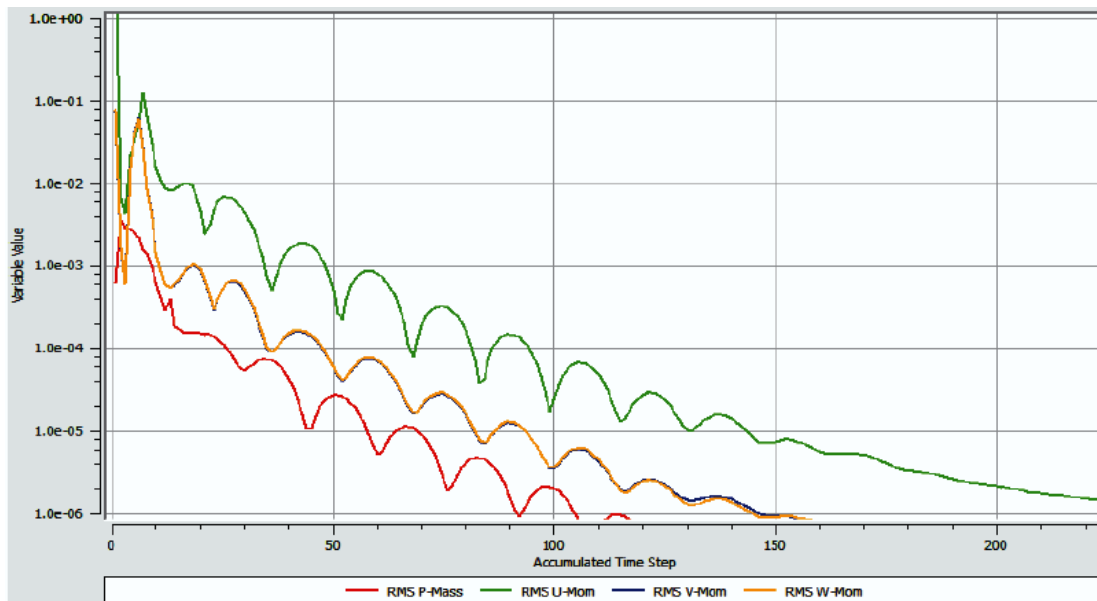


Figura 18: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $Q=1,225 \text{ MW/m}^2$

(Fuente: Echezuría 2017)

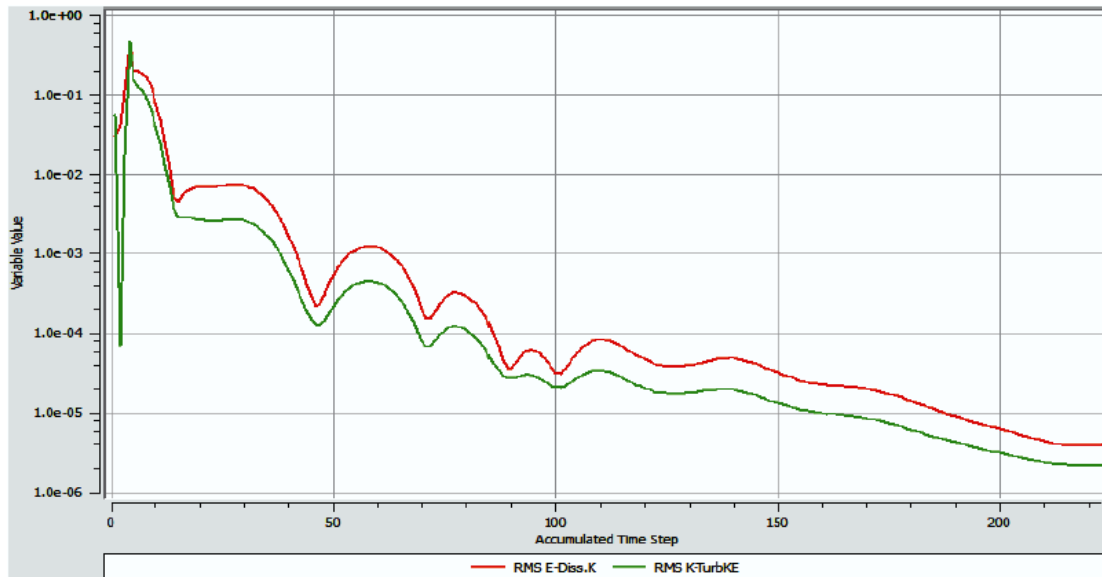


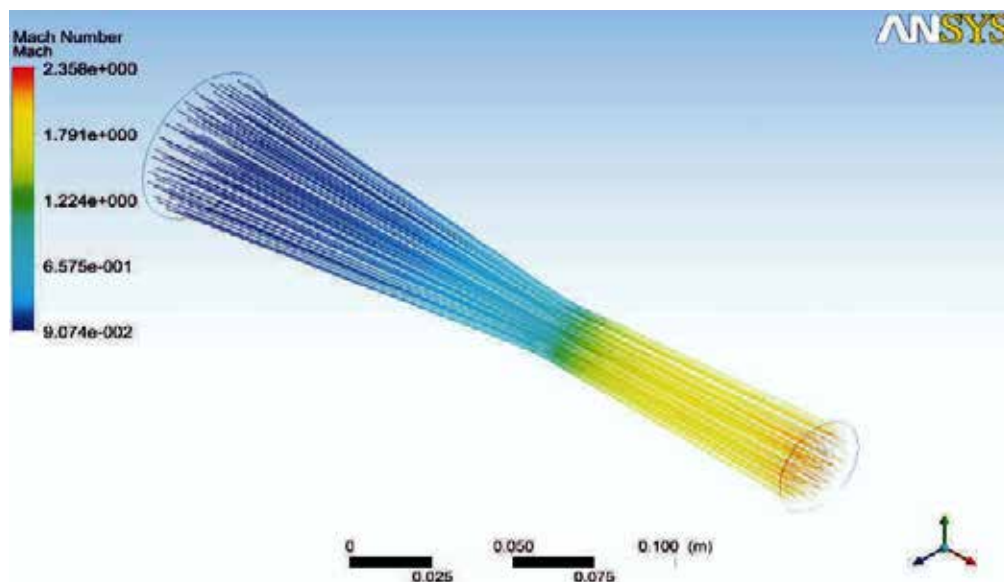
Figura 19: Convergencia de los modelos de turbulencia para $Q=1,225 \text{ MW/m}^2$

(Fuente: Echezuría 2017)

Los resultados de las convergencias de las ecuaciones de momento, masa y modelos de turbulencia, para las tasas de transferencia de calor $Q=2,51 \text{ MW/m}^2$, $Q=3,675 \text{ MW/m}^2$ y $Q=5,02 \text{ MW/m}^2$ se muestran en el apéndice B.

4.5.3 Comportamiento de las líneas de flujo

Para tales fines se procedió a la simulación del campo de flujo inicialmente sin considerar el efecto de la rugosidad absoluta y de la transferencia de calor. Con esas condiciones se tiene un flujo isentrópico a lo largo de toda la tobera y bajo las presiones de 210 kPa en la entrada y 16,025 kPa en la salida se garantiza un flujo subsónico en la zona convergente, sónico ($M=1$) en la garganta y supersónico en la

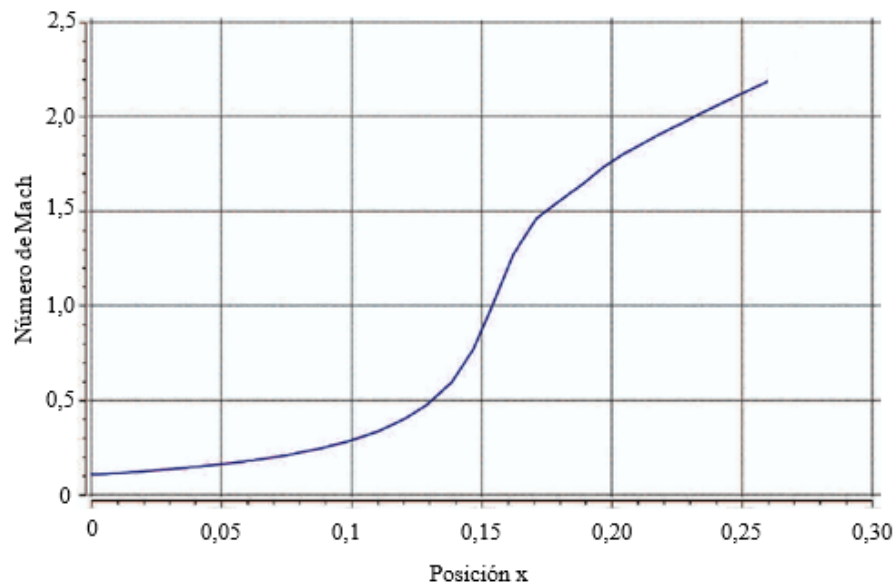


zona divergente. En la figura 20 se muestran las líneas de corriente en el dominio fluidizado de la tobera. Cabe destacar que la diferencia de colores hace énfasis en la magnitud del número de Mach, pasando de una tonalidad azul oscuro para $M \approx 0$ justo en la entrada de la tobera, hasta el color rojo que identifica $M=2,356$ (supersónico) justo en el plano de salida de la tobera convergente – divergente.

Figura 20: Líneas de corriente para el flujo iséntropico en la tobera

(Fuente: Echezuría 2017)

Por su parte en la figura 21 se muestra una representación gráfica del número de Mach en función de la posición, tomada como referencia a una línea de simetría

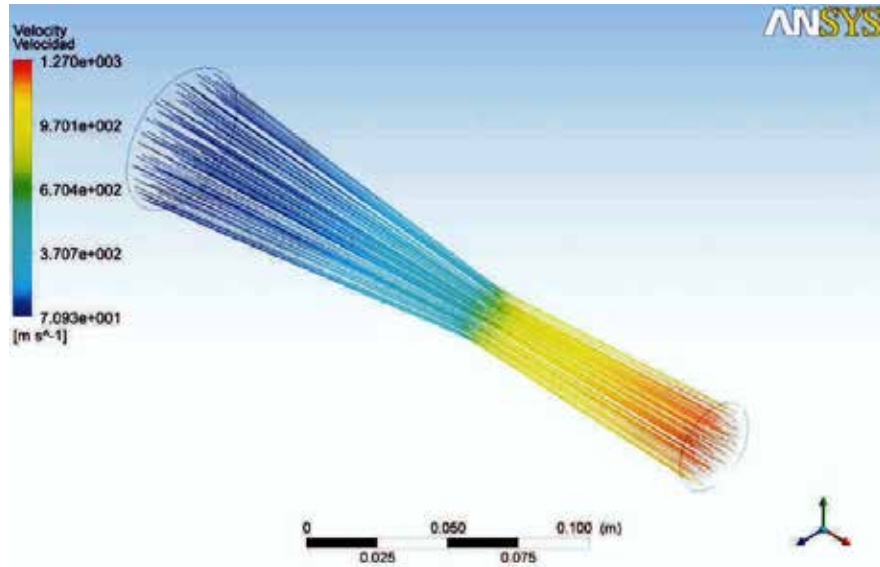


justo en el eje longitudinal de la tobera.

Figura 21: Número de Mach en función de la posición longitudinal de la tobera

(Fuente: Echezuría 2017)

En la figura 22 se muestra la distribución de velocidades para la tobera

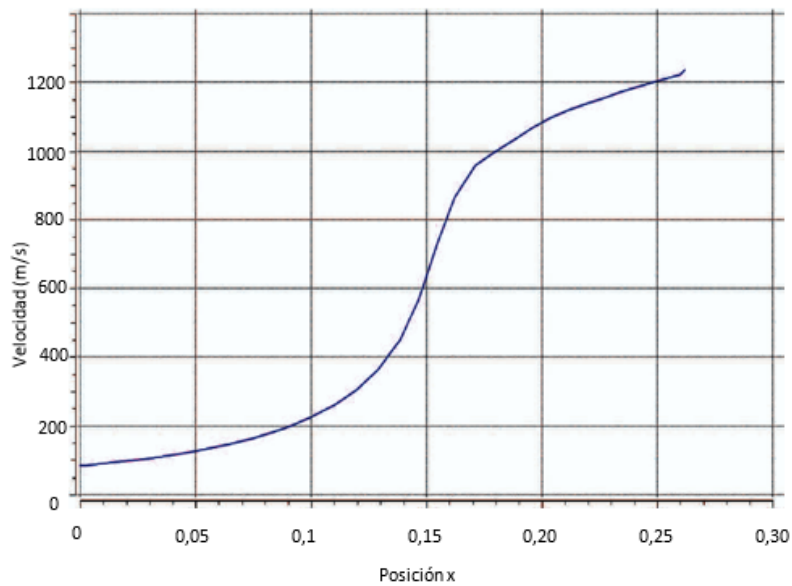


convergente divergente sin rugosidad ni transferencia de calor en las paredes.

Figura 22: Número de Mach en función de la posición longitudinal de la tobera

(Fuente: Echezuría 2017)

Con los datos obtenidos a partir de la figura 22 se construye la grafica



velocidad vs posición, representada en la figura 23.

Figura 23: Velocidad vs posición para $e=0,00$ y $Q=0,00$ MW/m²

(Fuente: Echezuría 2017)

De manera similar se puede extraer la distribución de temperatura sobre las líneas de corriente (figura 24) y su correspondiente representación gráfica en función de la posición (figura 25).

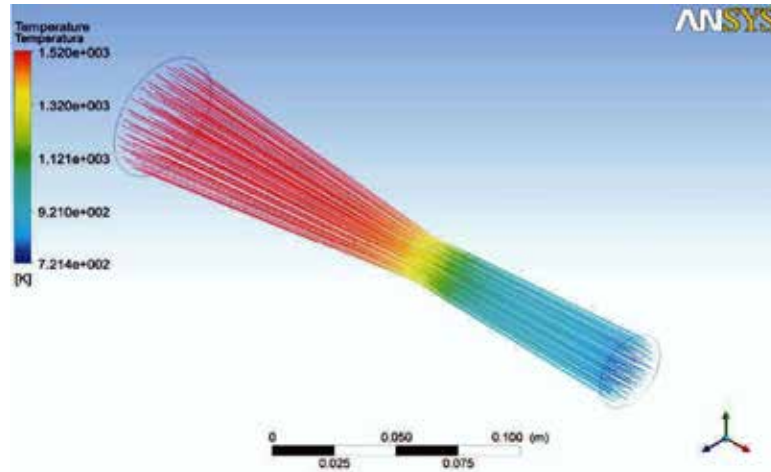


Figura 24: Distribución de la temperatura para $e=0,00$ y $Q=0,00$ MW/m²

(Fuente: Echezuría 2017)

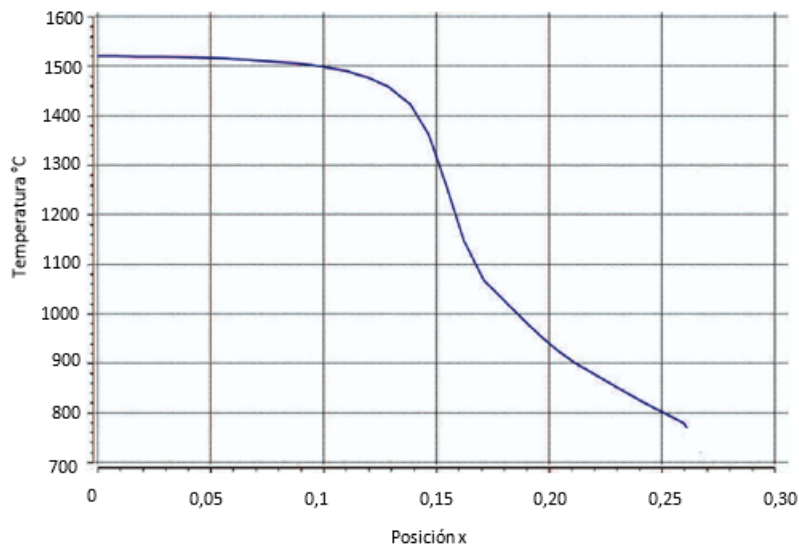


Figura 25: Temperatura vs posición para $e=0,00$ y $Q=0,00$ MW/m²

(Fuente: Echezuría 2017)

En la figura 26 se observa el comportamiento de las líneas de flujo correspondientes a la variación de la presión del flujo que pasa a través de la tobera sin rugosidad ni transferencia de calor en las paredes.

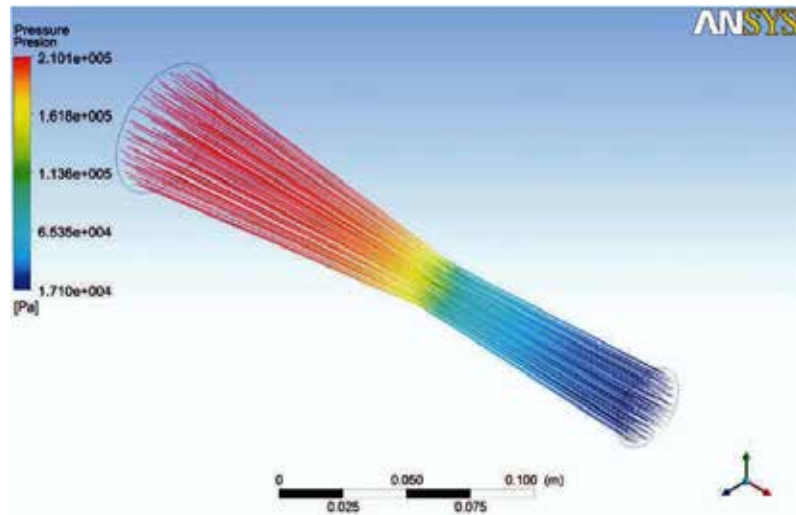
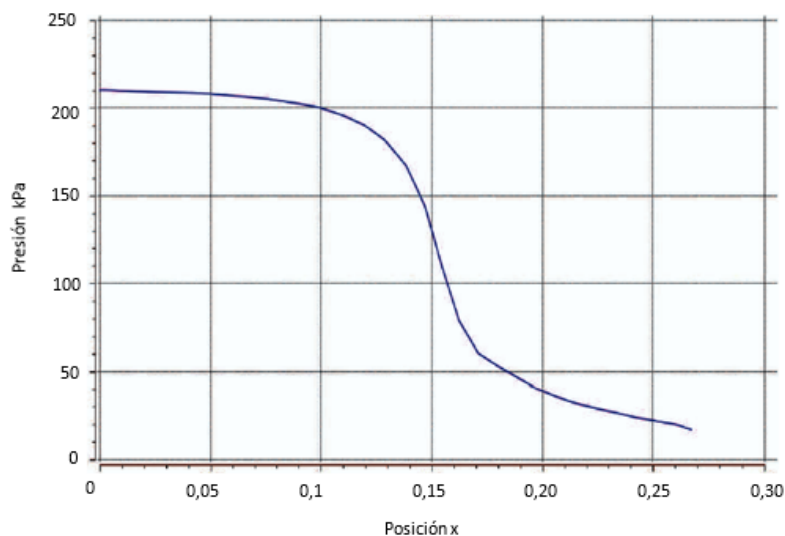


Figura 26: Distribución de la presión para $e=0,00$ y $Q=0,00$ MW/m²

(Fuente: Echezuría 2017)

Y a partir de los datos extraídos de la distribución de presiones, se obtienen las magnitudes de las presiones en función de la longitud de la tobera convergente – divergente (ver figura 27), donde también se observa como el comportamiento de la misma es el inverso a la velocidad, esto de acuerdo al decremento de presión que



sufre el fluido para lograr el aumento de velocidad.

Figura 27: Presión vs posición para $e=0,00$ y $Q=0,00$ MW/m²

(Fuente: Echezuría 2017)

4.5.4 Visualización de los resultados

Este procedimiento de visualización de las líneas de corriente y extracción de los datos en función de la posición de la tobera se realizó para cada una de las condiciones de estudio, bien sea considerando los efectos de la rugosidad de las paredes con cuatro valores ($e=0,275$, $e=0,550$, $e=0,825$ y $e=1,100$) ó las tasas de transferencia de calor ($Q=1,255$ MW/m², $Q=2,255$ MW/m², $Q=3,765$ MW/m² y $Q=5,020$ MW/m²), y en vez de mostrar todas y cada una de las gráficas y curvas por separado, se muestran superpuestas para poder visualizar mejor tales efectos físicos sobre el modelo sin rugosidad y sin tasa de transferencia de calor.

En la figura 28, se observa como para cada valor de rugosidad el número de mach varia en el zona supersónica del flujo; es decir, en la zona divergente de la tobera, mientras que se mantiene prácticamente igual en la parte convergente. También se puede observar como el valor del número de mach disminuye a medida que aumentan los valores de rugosidad.

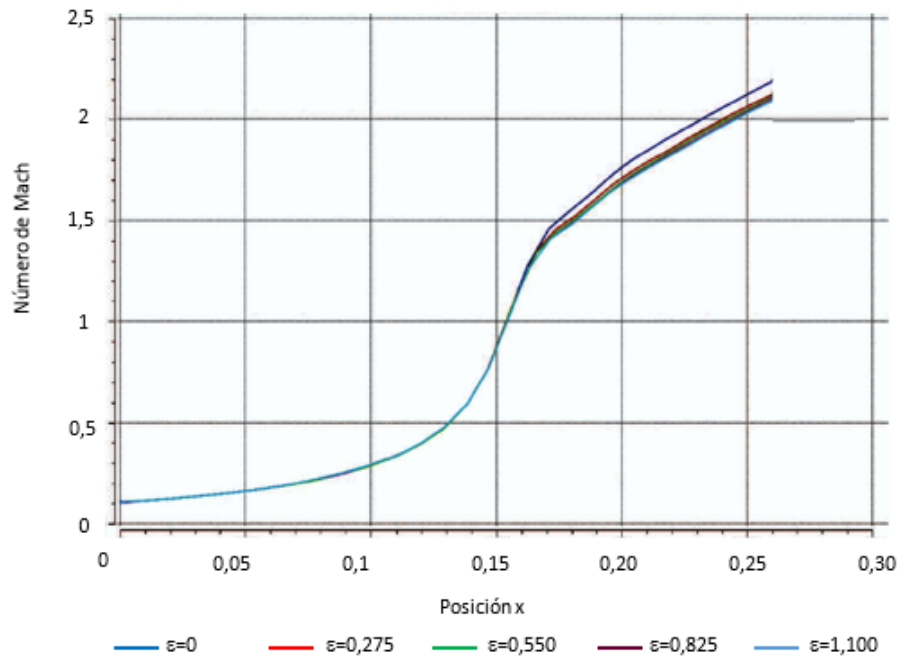


Figura 28: Número de Mach para cada rugosidad en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

La velocidad presenta un patrón similar al del número de Mach como se observa en la figura 29. Las variaciones de la velocidad en la zona supersónica están en un rango inferior a los 30 m/s.

La comparativa de la temperatura para distintas rugosidades absolutas es presentada en la figura 30 donde se observa como ésta propiedad presenta una variación a la salida. Aumentando la temperatura de salida a medida que aumenta la rugosidad.

Por su parte en la figura 31 se observa el comportamiento de la presión para cada rugosidad, observándose como las variaciones en la misma son mínimas a pesar de las variaciones en la rugosidad absoluta de la tobera.

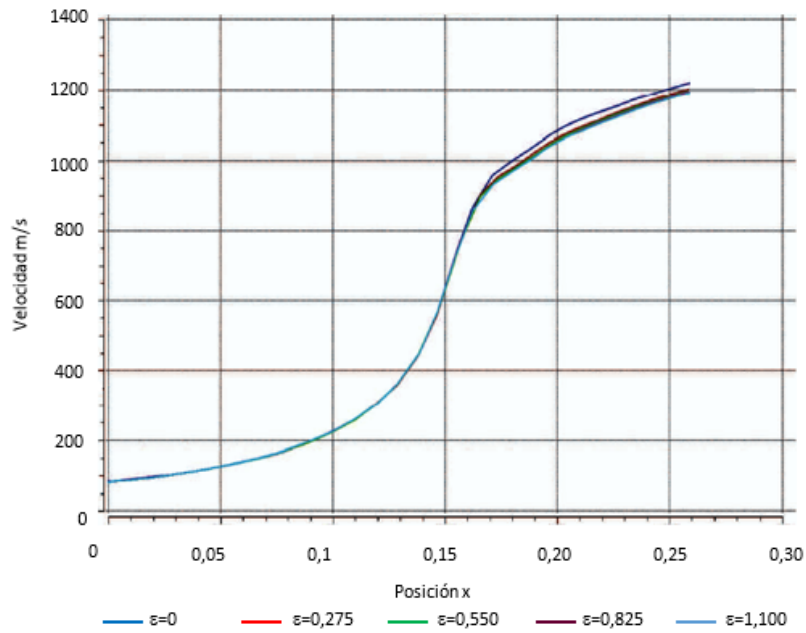
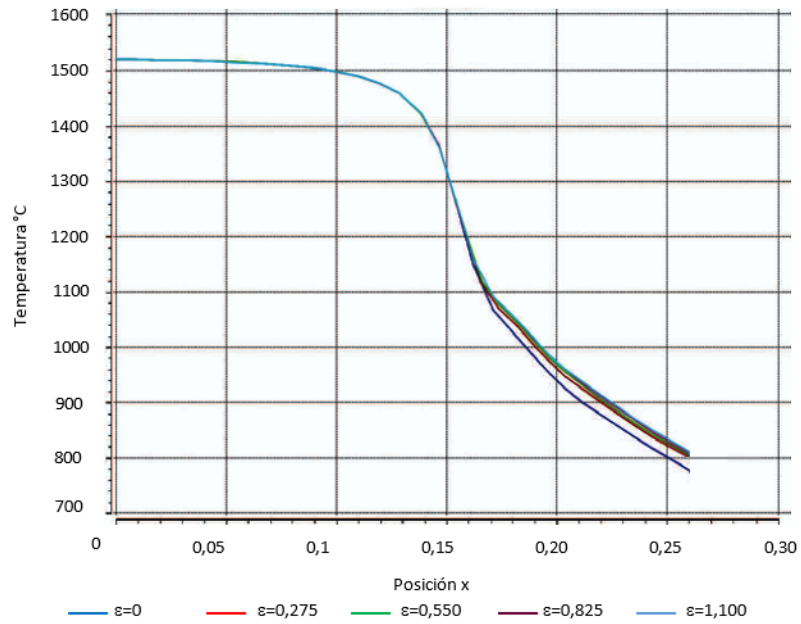


Figura 29: Velocidad para cada rugosidad en función de la posición



(Fuente: Echezuría 2017)

Figura 30: Temperatura para cada rugosidad en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

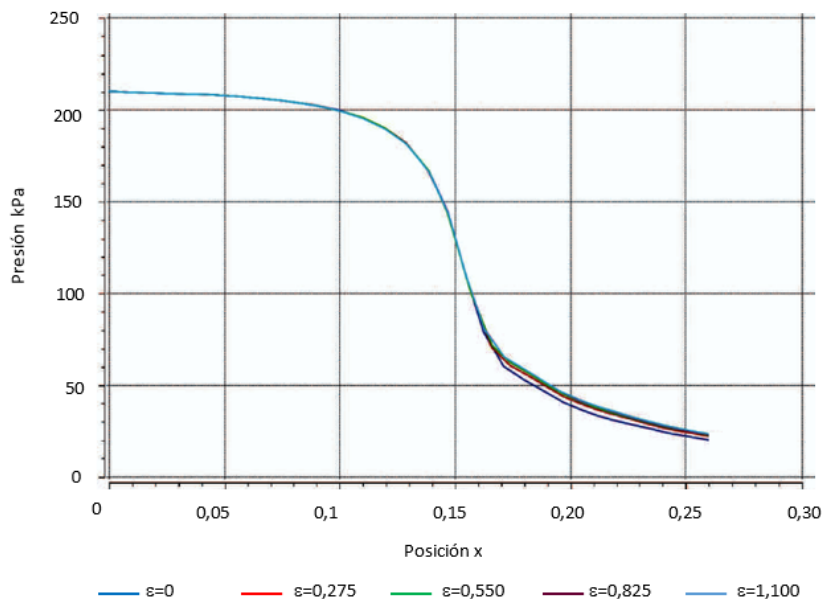


Figura 31: Presión para cada rugosidad en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

Ahora se considera la transferencia de calor y al igual que los casos para el estudio de la rugosidad, se realizarán simulaciones para cada una de las tasas de transferencia y se agruparon los datos de tal forma que se presentan las curvas superpuestas para un mismo sistema coordinado. En la figura 32 se observa como el número de Mach varía a medida que aumentan las cantidades de calor añadido. El número de Mach en las zonas tanto convergente (flujo subsónico) como en la divergente de la tobera (flujo supersónico) es menor a medida que se aumenta la cantidad de calor.

En la figura 33 se observan las diferentes curvas de velocidad para cada cantidad de calor estudiada, es de notar como la velocidad presenta el mismo patrón de comportamiento que el número de Mach. Estas variaciones van desde 5 m/s en la zona convergente de la tobera hasta 30 m/s en la zona divergente. Luego en la figura 34 se observa como la temperatura se ve claramente afectada para cada cantidad de calor estudiada presentando muy pocas variaciones en la zona convergente de la tobera, las

cuales van en aumento a medida que se avanza en la tobera, alcanzo diferencias cercanas a los 100 K en la zona divergente. En La figura 35 el estudio análogo con la presión.

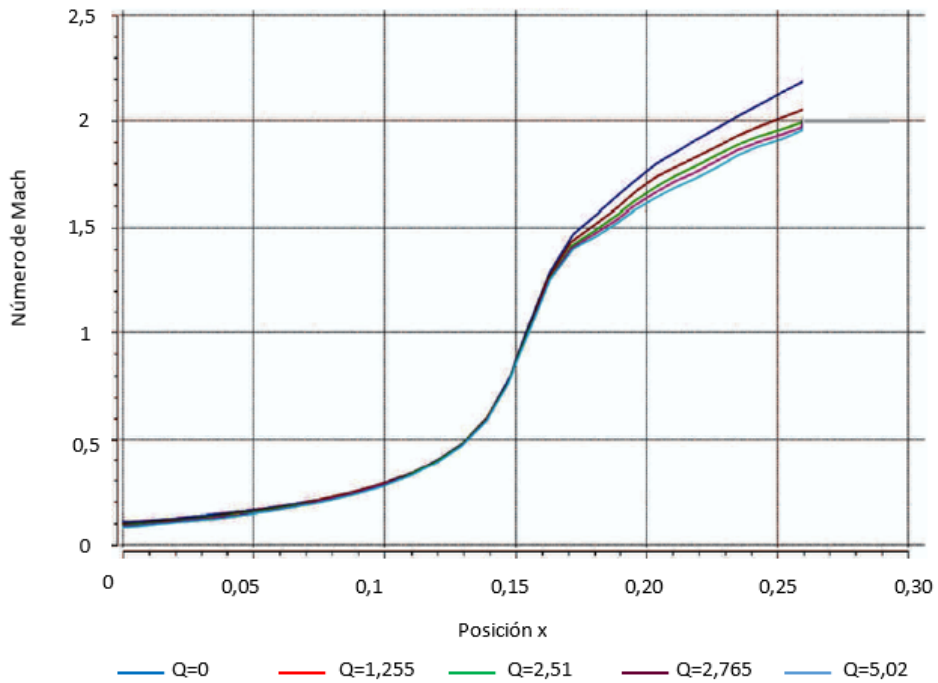


Figura 32: Número de Mach para cada tasa de transferencia de Q en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

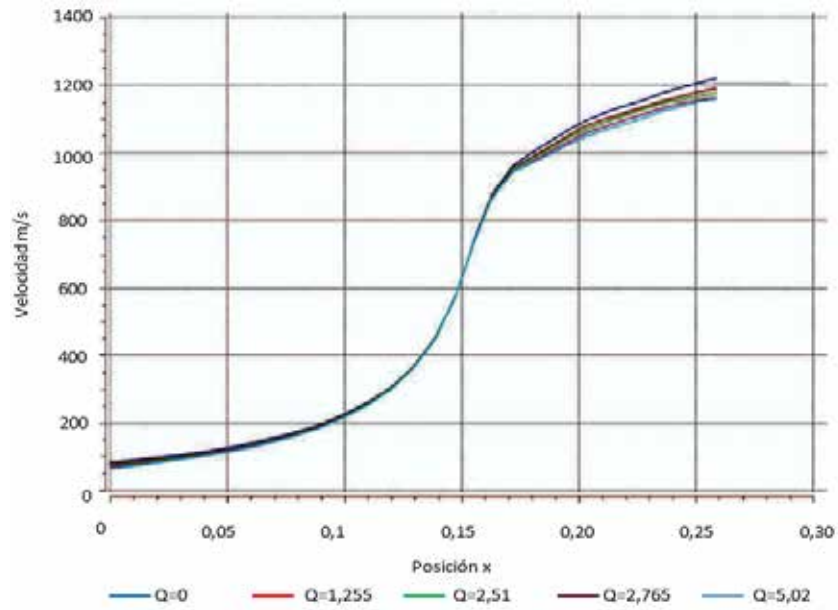


Figura 33: Velocidad para cada tasa de transferencia de Q en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

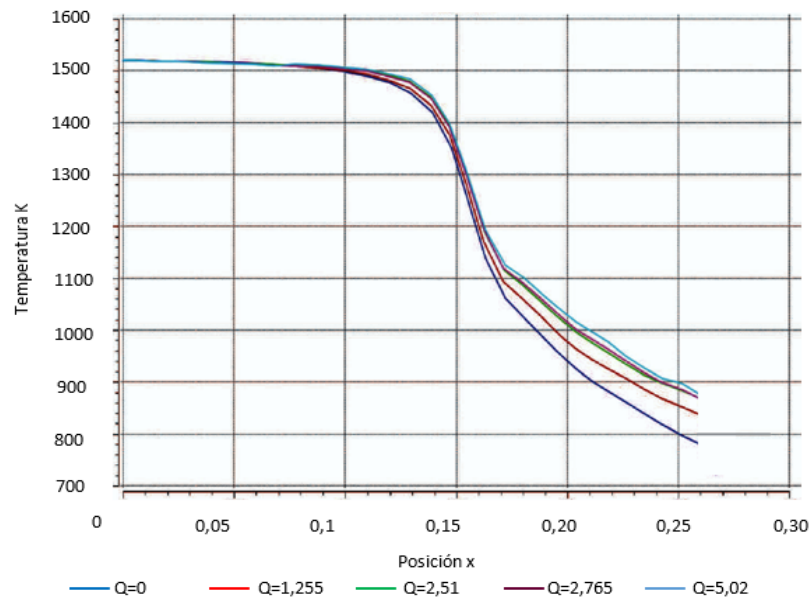


Figura 34: Temperatura para cada tasa de transferencia de Q en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

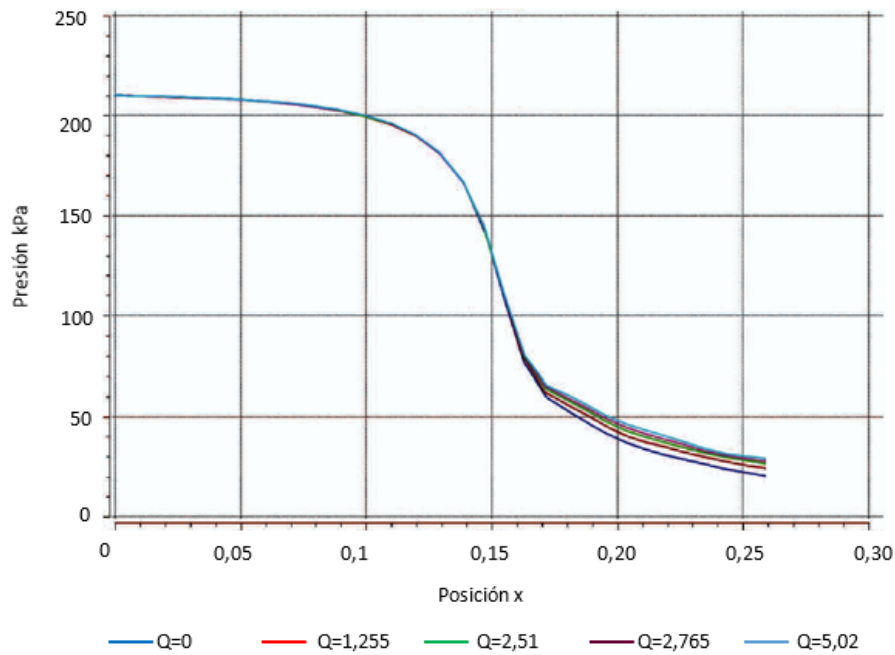


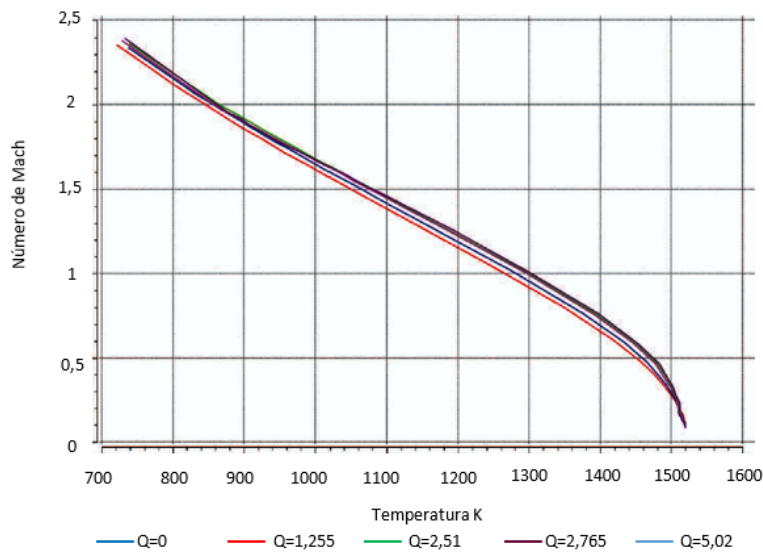
Figura 35: Presión para cada tasa de transferencia de Q en función de la posición

(Fuente: Echezuría 2017)

4.6 Descripción validación de los resultados con antecedentes o formulación de las hipótesis en base a una interpretación sin violar las leyes físicas

Para el desarrollo de este tópico se utilizaron todas las simulaciones con transferencia de calor y mediante el promedio en secciones transversales de las propiedades del campo de flujo a lo largo de la tobera, se extrajo la data necesaria para construir las curvas de la variación del número de Mach, velocidad y presión en función de la temperatura, ya que por condición de estado termodinámico es la variable que resulta ser la más apropiada para reflejar los cambios de energía interna y entalpía de un gas idea, luego la dependencia de las otras propiedades con su magnitud, es relevante para interpretar los resultados de las simulaciones.

En la figura 36 se observa como varía el comportamiento del número de Mach en función de la temperatura para cada cantidad de calor suministrado, esta variación es



relativamente pequeña cercana al 0,1%.

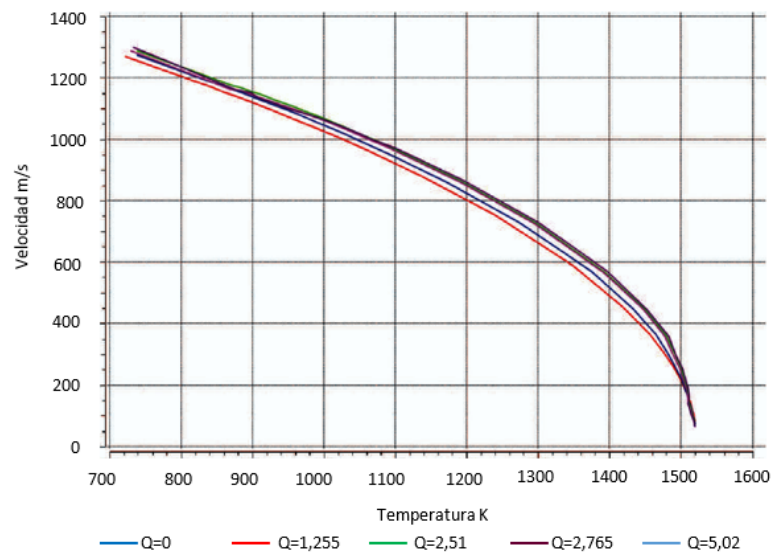
Figura 36: Número de Mach vs la temperatura para cada transferencia de calor

(Fuente: Echezuría 2017)

La gráfica de velocidad en función de la temperatura, para cada valor de calor, esta representada en la figura 37, en la misma se observa como la velocidad presenta un comportamiento similar al del número de Mach, esto debido a que ambas variables son directamente proporcionales.

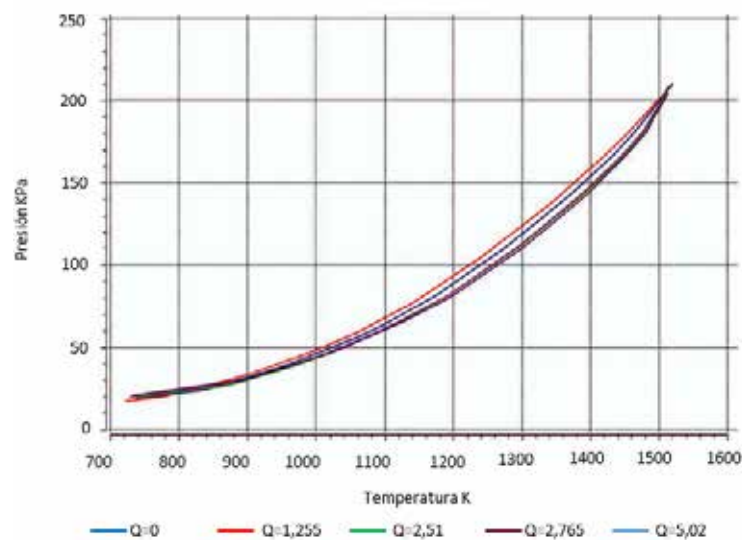
En la figura 38 se muestra como varia la presión en función de la temperatura para cada tasa de calor transferido, se observa como el comportamiento de la presión es contrario al del número de mach y éste es en virtud de la transformación de energía

que presenta el fluido debido a la variación del área de la sección transversal del ducto a través del cual se mueve. Es importante aclarar que no existe un modelo que prediga el comportamiento de la presión en función de la temperatura en ductos de sección transversal variable, pues cuando prevalece ese aspecto (sección variable) el flujo se considera isentrópico, mientras que cuando se transfiere calor, se hace a ductos con sección transversal constante, es decir, se usa el modelo de flujo de



Rayleigh.

Figura 37: Velocidad vs la temperatura para cada transferencia de calor



(Fuente: Echezuría 2017)

Figura 38: Velocidad vs la temperatura para cada transferencia de calor

(Fuente: Echezuría 2017)

4.7 Análisis de resultados

4.7.1 Convergencia de la simulación.

Las gráficas presentadas en las figuras 16 a 19 las cuales representan las curvas de masa y momento así como los modelos de turbulencia de la simulaciones, así como también las que se muestran en los apéndices A y B, convergen en cada caso, hasta el valor de residual medio (RMS) establecido en este estudio (1×10^{-5}), lográndose inclusive, que en algunos casos alcanzar valores inferiores permitiendo así una mayor precisión en los resultados obtenidos, por otra parte en las gráficas correspondientes al estudio en el cual se variaba el valor de la rugosidad absoluta, presentaron patrones de comportamiento similares, diferenciándose cada simulación en el número de iteraciones necesarias para lograr la convergencia, aunque estas diferencias fueron muy pequeñas. Por otra parte en las gráficas correspondientes al estudio en el cual se variaba la tasa de transferencia de calor, dichas curvas presentaron comportamientos un tanto diferentes teniendo un comportamiento común las curvas para cantidades de calor $Q = 1,255 \text{ MW/m}^2$ y $Q = 2,51 \text{ MW/m}^2$. Mientras que las curvas para $Q = 3,765 \text{ MW/m}^2$ y $Q = 5,02 \text{ MW/m}^2$, también presentaron un comportamiento común entre ellas, además de requerir un número mayor de iteraciones para lograr la convergencia, igualmente es de hacer notar que en las curvas de los modelos de turbulencia y momento “U”, se presenta un comportamiento muy cerca a linealidad antes de lograr la convergencia. Igualmente para estos casos se lograron valores muy inferiores de RMS con respecto a los establecidos, para momento “V”, momento “W” y masa.

4.7.2 Comportamiento de las líneas de flujo.

Al analizar las figuras 28 a 35, se observa como cada una de las gráficas de cada propiedad estudiada presenta un comportamiento acorde al establecido en la teoría, con sus singularidades de acuerdo al caso estudiado sea rugosidad o transferencia de calor.

Se observa como la influencia de la rugosidad en las propiedades del fluido a medida que pasa a través de la tobera, va en aumento a medida que se modifica el régimen de flujo. Pasando de una influencia casi nula en la condición de flujo subsónico, hasta una más notoria en régimen de flujo supersónico, sin embargo esta influencia es relativamente baja entre los diferentes valores de rugosidad absoluta; siendo más notoria al comparar la tobera sin rugosidad con la misma pero con presencia de rugosidad absoluta.

Al estudiar las figuras correspondiente al resultado de las simulaciones con transferencia de calor, se observa que la adición del mismo si afecta de forma notoria las propiedades del campo de flujo, sin embargo se presenta la misma condición que para la rugosidad, esta afectación es más apreciable en régimen supersónico que en régimen subsónico, esto debido a que en el primero, el flujo está sometido a mayores grados de compresión y por ende la entropía presenta un valor elevado, generando esto como consecuencia una mayor sensibilidad a los factores externos, en este caso: la transferencia de calor.

CONCLUSIONES

Mediante este estudio se comprobó la eficacia y robustez del modelo de turbulencia kappa – épsilon, demostrando su gran adaptabilidad a diferentes condiciones de estudio y demostrando gran facilidad y precisión para la solución de flujo compresible en régimen supersónico, además de ser el modelo más adecuado debido a que las condiciones de flujo no existen distorsiones, estrechamientos y tampoco presenta un campo centrífugo, es decir; no es un dominio rotacional.

La rugosidad absoluta es un parámetro que aunque realiza modificaciones en el flujo a través de una tobera convergente – divergente las mismas no son de gran envergadura, siendo poco apreciables, por debajo del 1% en la zona subsónica, y aumenta un poco mas cuando pasa a régimen supersónico llegando hasta 5%. Sin embargo se espera que para rugosidades mayores el efecto de desprendimiento de la capa limite sea mayor y los cambios en el número de Mach, velocidad, presión y temperatura sean más apreciables.

La cantidad de calor que se suministra a la tobera es un factor que incide de mayor forma en el comportamiento del flujo a través de la misma, a medida que las cantidades de calor aumentan, el número de Mach y por ende la velocidad disminuyen sus razones de aumento, y por efecto de conservación la presión y la temperatura presenta una razón de disminución menores en sus valores.

Con la implementación de las gráficas de conservación de masa y momento así como con el uso de las curvas de los modelos de turbulencia se valida la investigación realizada y se demuestra que la misma está dentro de los rangos de precisión y exactitud establecidos para una técnica de dinámica computacional mediante la implementación del termino imbalance.

El efecto de la capa límite viscosa del fluido, influye directamente en la sección transversal mínima efectiva del fluido generando que el flujo alcance valores del número de Mach superiores a la unidad en ubicaciones que no necesariamente sea la garganta de la tobera. Tal como lo demostraran Xu J. y Shao C (2007). en su investigación.

RECOMENDACIONES

Implementar el estudio de la tobera convergente – divergente a otras ramas de investigación como lo son los diferentes tipos de ondas de choque que se pueden presentar en las mismas.

La realización de este estudio con otros tipos de fluidos principalmente gases reales y así comparar las diferencias entre las consideraciones que se tienen para estos y para los gases ideales.

La construcción de un banco de pruebas experimental que permita validar los resultados aquí obtenidos.

La inclusión en el pensum académico de la escuela de ingeniería meecánica de la Universidad José Antonio Paéz, de una materia que en su contenido programático incluya tanto tópicos de la dinámica de fluidos computacional (DFC) así como de tópicos que incluyan también la explicación y aplicación de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones de alta complejidad.

La realización de un estudio en el cual se tome en cuenta la forma como se ve afectado el flujo al variar la presión del receptor, además de verificar el comportamiento de las ondas de choque oblicuas y ondas de Prandtl – Meyer aguas arriba de la salida de la tobera.

APENDICE A

En las figuras A1 y A2 se observa al igual las curvas de convergencia tanto de masa y momento como de el modelo de turbulencia correspondientes a la simulación presentan un patrón de comportamiento similar a las correspondientes a la simulación con $\epsilon=0,275 \mu\text{m}$. Este patrón de comportamiento similar se presenta en todas simulaciones realiza al variar la rugosidad absoluta.

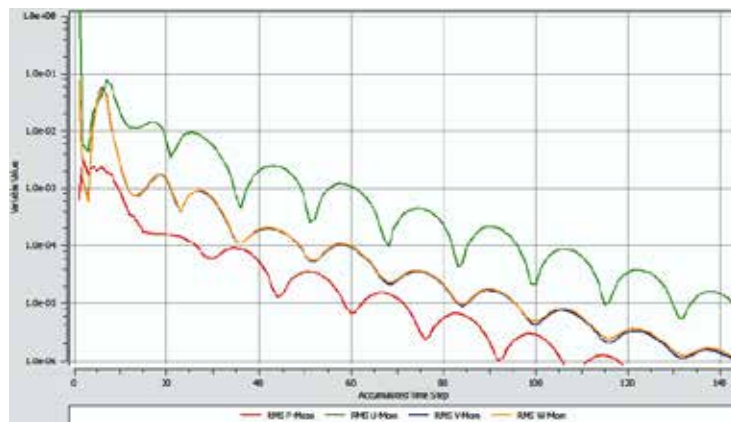


Figura XX: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $\epsilon=0,55 \mu\text{m}$

(Fuente: Echezuría 2017)

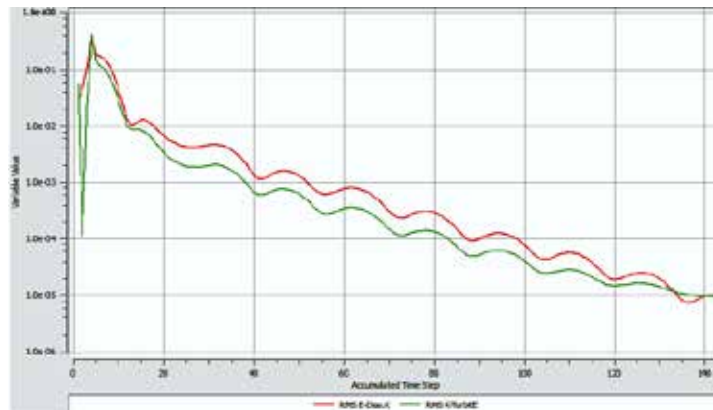


Figura XX: Convergencia de los modelos de turbulencia para $\epsilon=0,55 \mu\text{m}$

(Fuente: Echezuría 2017)

En las figuras A3 y A4 se observa como las graficas correspondientes a la simulación de la tobera convergente divergente par

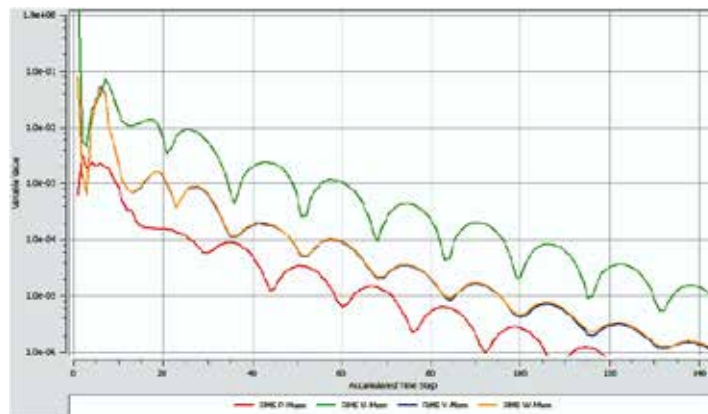


Figura A3: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $e=0,825 \mu\text{m}$

(Fuente: Echezuría 2017)

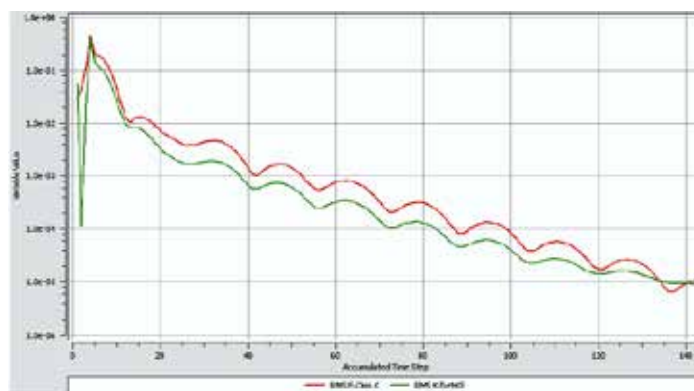


Figura A4: Convergencia de los modelos de turbulencia para $e=0,825 \mu\text{m}$

(Fuente: Echezuría 2017)

A.3

En las figuras A5 y A6 se observa las curvas de convergencia convergen al valor de RMS establecido. Es importante acotar como para esta simulación la rugosidad se logro en un número menor de iteraciones. También se observa como al igual que para las rugosidades absolutas anteriores las curvas correspondientes a masa y momento “V” y momento “W” logran valores por debajo del valor residual de 1×10^{-5} , lo que garantiza una mayor precisión en los resultados.

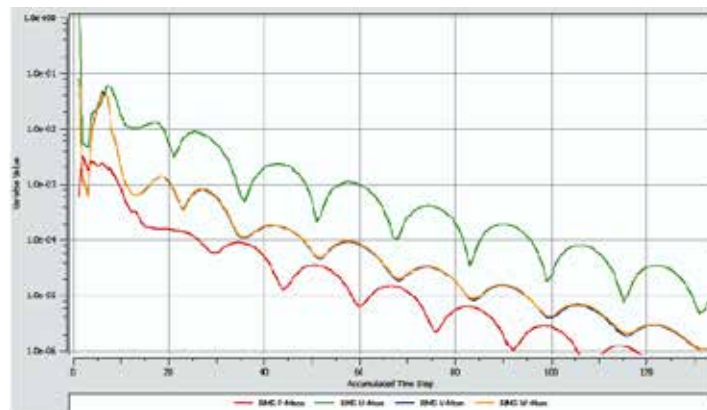


Figura A5: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $\epsilon=1,10$ μm

(Fuente: Echezuría 2017)

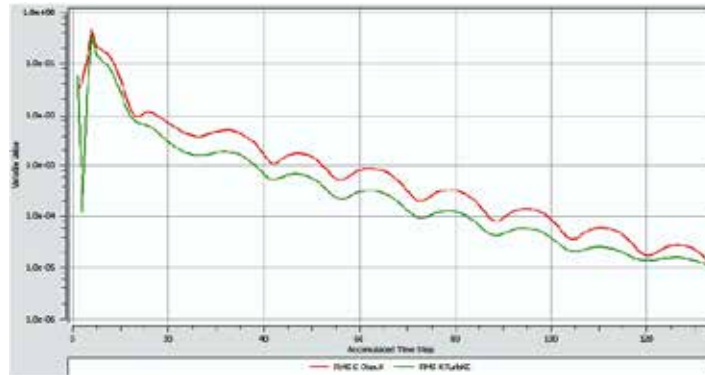


Figura A6: Convergencia de los modelos de turbulencia para $\epsilon=1,10 \mu\text{m}$
(Fuente: Echezuría 2017)

APENDICE B

B.1 Convergencia de las simulaciones para la tasa de transferencia de calor $Q=2,51 \text{ MW/m}^2$

Es importante acotar que las simulaciones para $Q=1,225 \text{ MW/m}^2$ y $Q = 2,51 \text{ MW/m}^2$ presentan un comportamiento similar en sus gráficas de momento y masa, así como también en los modelos de turbulencia, tal como se muestra en las figuras B1 y B2 la una diferencia notable es que la simulacion la última logró la convergencia en un número menor de iteraciones.

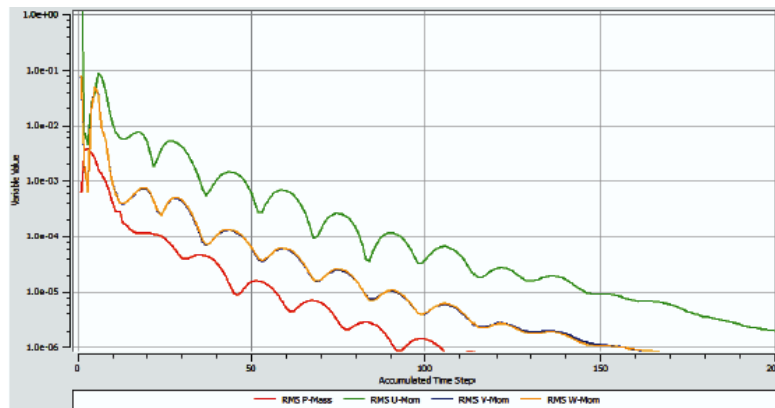
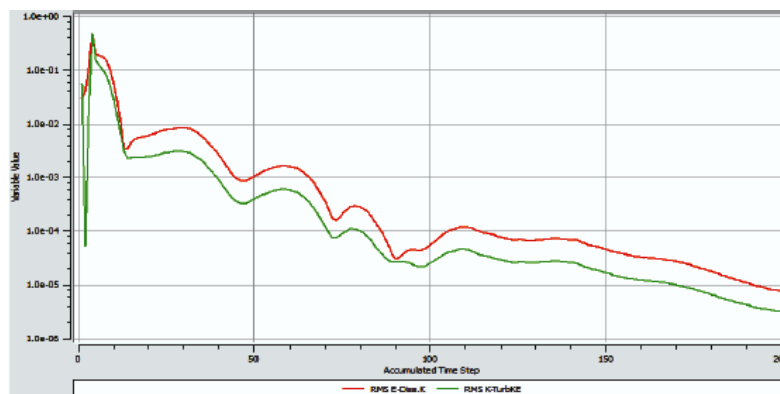


Figura B1: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $Q = 2,51 \text{ MW/m}^2$
(Fuente: Echezuría 2017)

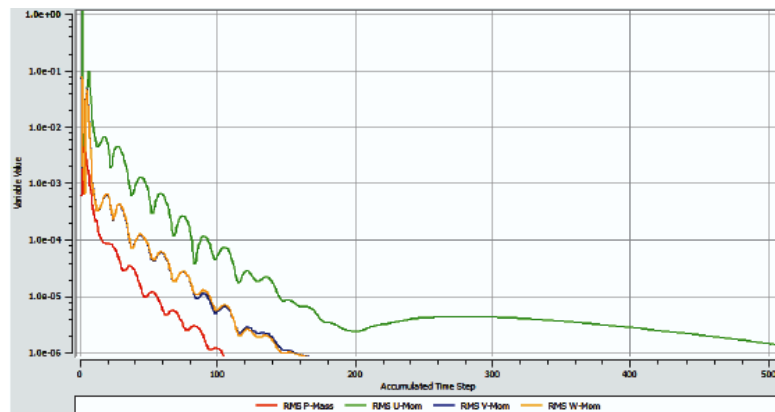


**Figura B2: Convergencia de los modelos de turbulencia para $Q = 2,51$
 MW/m^2**

(Fuente: Echezuría 2017)

**B.2 Convergencia de las simulaciones para la tasa de transferencia de calor
 $Q=3,675 MW/m^2$**

En las figuras B4 y B5 se observa como las ecuaciones de masa y momento, y modelos de turbulencia respectivamente, logran valores por debajo del valor residual establecido lo que genera mejores y mas precisos resultados, también se observa un comportamiento diferente de las gráficas de los modelos de turbulencia luego de la iteración 200, sin embargo se logra también una convergencia al valor RMS establecido.



**Figura B3: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $Q =$
 $3,675 MW/m^2$**

(Fuente: Echezuría 2017)

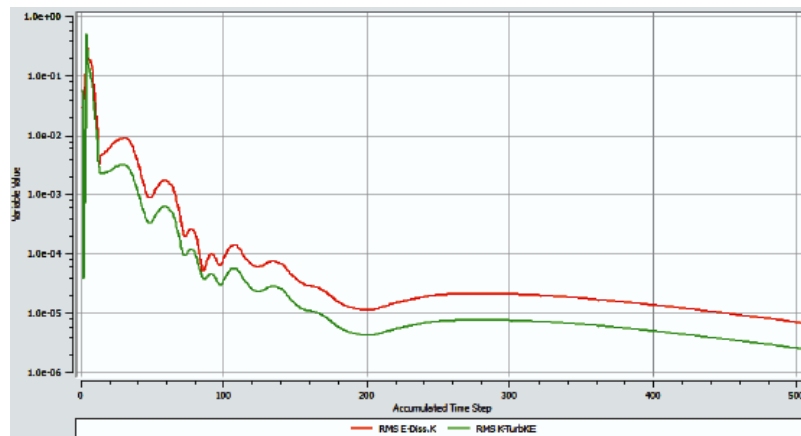


Figura B4: Convergencia de los modelos de turbulencia para $Q = 3,675$ MW/m^2

(Fuente: Echezuría 2017)

B.3 Convergencia de las simulaciones para la tasa de transferencia de calor $Q=5,02$ MW/m^2

Así mismo en las figuras B5 y B6 se muestran las curvas de convergencia de las ecuaciones constitutivas y de los modelos de turbulencia, en las cuales presentan un patrón de comportamiento similar al de la simulación para $Q = 3,675$ MW/m^2 ; generándose igualmente valores inferior al RMS establecido para las ecuaciones de masa y momento, y que para esta simulación se logro la convergencia en un número inferior de iteraciones.

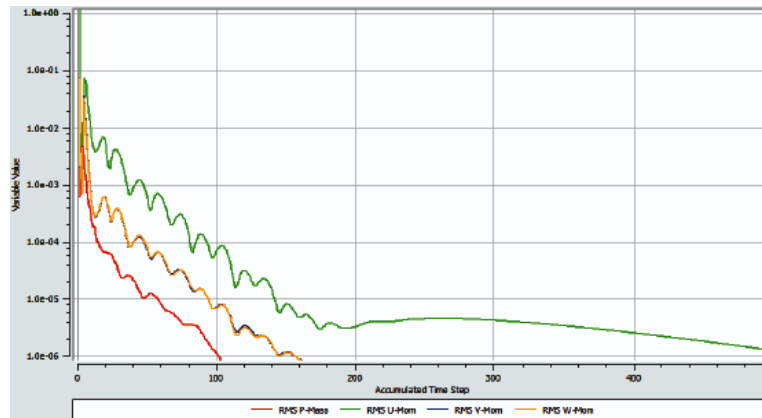
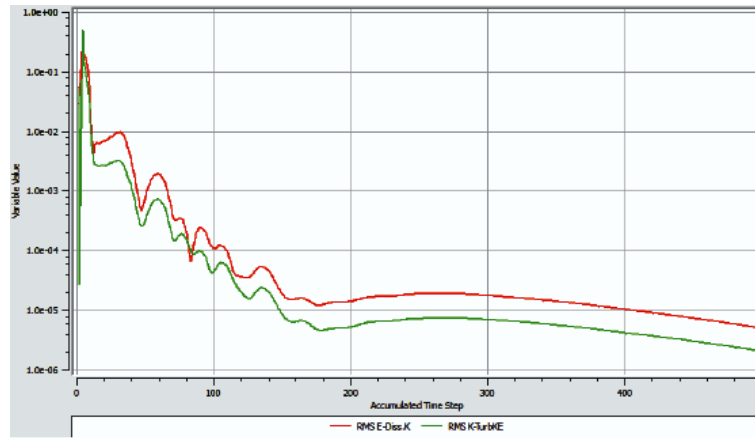


Figura B5: Convergencia de las ecuaciones de momento y masa para $Q = 5,02$ MW/m^2

(Fuente: Echezuría 2017)



**Figura B6: Convergencia de los modelos de turbulencia para $Q = 5,02$
 MW/m^2**
(Fuente: Echezuría 2017)

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson John. "Modern Compressible Flow". Segunda Edición. New York. McGraw Hill Education, 2002, 125-178, ISBN 0072424435.
- ANSYS-CFX. Release 17 ANSYS CFX-Solver Theory Guide. (2016).
- Ekanayake E. M. Sudharshani. "Numerical Simulation of a Supersonic Convergent Divergent Nozzle with divergent angle variations for under expanded condition" 17th Australasian Fluid Mechanics Conference. (2010)
- Folea M., Schlegel., Lupulescu N, Parv L. (2007) "Modeling Surface roughness in high speed milling: Cobalt based Superalloy case Study". 1st international conference of Manufacturing Engineering, Quality and Production Systems.
- Hemidi, F. Henry, S. Leclaire, J. M. Seynhaeve, Y. Bartosiewicz (2009) CFD Analysis of a supersonic ejector. Applied Thermal Engineering 29, 1523-1531
- J. Xu, C. Zhao (2007) Two-dimensional numerical simulations of shock waves in micro convergent-divergent nozzles. International Journal of Heat and Mass Transfer 50, 2434-2438
- Matarazzo S., Laget H. (2011) "Modeling of the heat transfer in a gas turbine liner combustor"
- Sampieri R., Fernandez C., Baptista P., (2006) "Metodología de la Investigación" . McGraw - Hill
- Schilke P. W. (2004). "Advanced Gas Turbine Materials and Coatings" General Electric Energy.
- Xu J., Zhao J. (2007) Two-dimensional numerical simulations of shock waves in micro convergent-divergent nozzles. International Journal of Heat and Mass Transfer 50, 2434-2438